

# Algebra2, alapszint

## ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil  
ewkiss@cs.elte.hu

20. előadás

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk  
összerakni

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk  
összerakni  $N$ -ből

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból:

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport,

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoportból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.



# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

## Példa

$$G = \mathbb{Z}_6^+$$

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

## Példa

$$G = \mathbb{Z}_6^+, N = \{0, 2, 4\} \cong \mathbb{Z}_3^+$$

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

## Példa

$$G = \mathbb{Z}_6^+, N = \{0, 2, 4\} \cong \mathbb{Z}_3^+ \text{ és } G/N \cong \mathbb{Z}_2^+.$$

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

## Példa

$$G = \mathbb{Z}_6^+, N = \{0, 2, 4\} \cong \mathbb{Z}_3^+ \text{ és } G/N \cong \mathbb{Z}_2^+.$$

$$G = S_3,$$

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

## Példa

$$G = \mathbb{Z}_6^+, N = \{0, 2, 4\} \cong \mathbb{Z}_3^+ \text{ és } G/N \cong \mathbb{Z}_2^+.$$

$$G = S_3, N = A_3 \cong \mathbb{Z}_3^+$$

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

## Példa

$$G = \mathbb{Z}_6^+, N = \{0, 2, 4\} \cong \mathbb{Z}_3^+ \text{ és } G/N \cong \mathbb{Z}_2^+.$$

$$G = S_3, N = A_3 \cong \mathbb{Z}_3^+ \text{ és } G/N \cong \mathbb{Z}_2^+.$$



# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

## Példa

$G = \mathbb{Z}_6^+$ ,  $N = \{0, 2, 4\} \cong \mathbb{Z}_3^+$  és  $G/N \cong \mathbb{Z}_2^+$ .

$G = S_3$ ,  $N = A_3 \cong \mathbb{Z}_3^+$  és  $G/N \cong \mathbb{Z}_2^+$ .

Tehát ugyanazokat az egyszerűeket kapjuk

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

## Példa

$G = \mathbb{Z}_6^+$ ,  $N = \{0, 2, 4\} \cong \mathbb{Z}_3^+$  és  $G/N \cong \mathbb{Z}_2^+$ .

$G = S_3$ ,  $N = A_3 \cong \mathbb{Z}_3^+$  és  $G/N \cong \mathbb{Z}_2^+$ .

Tehát ugyanazokat az egyszerűeket kapjuk ( $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ ),

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

## Példa

$G = \mathbb{Z}_6^+$ ,  $N = \{0, 2, 4\} \cong \mathbb{Z}_3^+$  és  $G/N \cong \mathbb{Z}_2^+$ .

$G = S_3$ ,  $N = A_3 \cong \mathbb{Z}_3^+$  és  $G/N \cong \mathbb{Z}_2^+$ .

Tehát ugyanazokat az egyszerűeket kapjuk ( $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ ),  
mégis  $\mathbb{Z}_6^+$  és  $S_3$  nem izomorfak.

# Csoportok bővítése

Ha  $N$  normálosztó  $G$ -ben, akkor  $G$ -t megpróbálhatjuk összerakni  $N$ -ből és a  $G/N$  faktorcsoporthból: **bővítés**.  
 $N$  és  $G/N$  már kisebb csoport, így egyszerűbb szerkezetű.  
Addig folytathatjuk, amíg egyszerű csoporthoz nem jutunk.  
Így minden csoportot „szétbonthatunk” egyszerű csoportokra.

**Nem egyértelmű!**

## Példa

$G = \mathbb{Z}_6^+$ ,  $N = \{0, 2, 4\} \cong \mathbb{Z}_3^+$  és  $G/N \cong \mathbb{Z}_2^+$ .

$G = S_3$ ,  $N = A_3 \cong \mathbb{Z}_3^+$  és  $G/N \cong \mathbb{Z}_2^+$ .

Tehát ugyanazokat az egyszerűeket kapjuk ( $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ ),  
mégis  $\mathbb{Z}_6^+$  és  $S_3$  nem izomorfak.

Ennek ellenére a „ $G$ -be bezárt egyszerű csoportok” listája fontos információ minden csoportról.

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható,

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$$id \triangleleft A_3$$



# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. Állítás:  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3,$$

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\}$

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\}$

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4$

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. Állítás:  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .



# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. Állítás:  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .  
A faktorok rendre  $\mathbb{Z}_2^+$ ,

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .

A faktorok rendre  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ ,

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. Állítás:  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .

A faktorok rendre  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_3^+$ ,

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .

A faktorok rendre  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_3^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ .

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .

A faktorok rendre  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_3^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Vigyázat!**  $\{id, (12)(34)\}$  nem normálosztó  $S_4$ -ben!

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .

A faktorok rendre  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_3^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Vigyázat!**  $\{id, (12)(34)\}$  nem normálosztó  $S_4$ -ben!

$id \triangleleft A_5 \triangleleft S_5$ ,

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .

A faktorok rendre  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_3^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Vigyázat!**  $\{id, (12)(34)\}$  nem normálosztó  $S_4$ -ben!

$id \triangleleft A_5 \triangleleft S_5$ , és itt  $A_5$  egyszerű,

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .

A faktorok rendre  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_3^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Vigyázat!**  $\{id, (12)(34)\}$  nem normálosztó  $S_4$ -ben!

$id \triangleleft A_5 \triangleleft S_5$ , és itt  $A_5$  egyszerű, de nem prímrendű.



# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .

A faktorok rendre  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_3^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Vigyázat!**  $\{id, (12)(34)\}$  nem normálosztó  $S_4$ -ben!

$id \triangleleft A_5 \triangleleft S_5$ , és itt  $A_5$  egyszerű, de nem prímrendű.

A  $G$ -be „bezárt” egyszerű csoportok listája egyértelmű

# Feloldható csoportok

Meseszerű definíció (precízen lásd 4.13.5. Definíció)

**Feloldható:** bővítéssel összerakható prímrendű ciklikusakból.

4.8.15. **Állítás:**  $S_3$  és  $S_4$  feloldható, de  $S_5$  nem.

$id \triangleleft A_3 \triangleleft S_3$ , a faktorok  $\mathbb{Z}_3^+$  és  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Ezért van a Cardano-képletben köbgyök és négyzetgyök!!**

$\{id\} \triangleleft \{id, (12)(34)\} \triangleleft \{id, (12)(34), (13)(24), (14)(23)\} \triangleleft A_4 \triangleleft S_4$ .

A faktorok rendre  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ ,  $\mathbb{Z}_3^+$ ,  $\mathbb{Z}_2^+$ .

**Vigyázat!**  $\{id, (12)(34)\}$  nem normálosztó  $S_4$ -ben!

$id \triangleleft A_5 \triangleleft S_5$ , és itt  $A_5$  egyszerű, de nem prímrendű.

A  $G$ -be „bezárt” egyszerű csoportok listája egyértelmű (mindegy, hogyan bontjuk le): Jordan–Hölder-tétel (4.13.3).

# Feloldhatóság és gyökképlet

**Abel**, 1824: az általános ötödfokú egyenletre nincs gyökképlet.

# Feloldhatóság és gyökképlet

**Abel**, 1824: az általános ötödfokú egyenletre nincs gyökképlet.

**Galois**, 1830 körül: minden egyenletnek definiálta a **szimmetriacsoportját**.

# Feloldhatóság és gyökképlet

**Abel**, 1824: az általános ötödfokú egyenletre nincs gyökképlet.  
**Galois**, 1830 körül: minden egyenletnek definiálta a **szimmetriacsoportját**. Belátta, hogy ez a csoport pontosan akkor feloldható,

# Feloldhatóság és gyökképlet

**Abel**, 1824: az általános ötödfokú egyenletre nincs gyökképlet.  
**Galois**, 1830 körül: minden egyenletnek definiálta a **szimmetriacsoportját**. Belátta, hogy ez a csoport pontosan akkor feloldható, ha az egyenlet gyökeit fel lehet írni a négy alpművelet és gyökvonás segítségével.

# Feloldhatóság és gyökképlet

**Abel**, 1824: az általános ötödfokú egyenletre nincs gyökképlet.  
**Galois**, 1830 körül: minden egyenletnek definiálta a **szimmetriacsoportját**. Belátta, hogy ez a csoport pontosan akkor feloldható, ha az egyenlet gyökeit fel lehet írni a négy alpművelet és gyökvonás segítségével.

Lásd Kiss-jegyzet, 6.9. szakasz. Részletek: következő félév.

# Feloldhatóság és gyökképlet

**Abel**, 1824: az általános ötödfokú egyenletre nincs gyökképlet.  
**Galois**, 1830 körül: minden egyenletnek definiálta a **szimmetriacsoportját**. Belátta, hogy ez a csoport pontosan akkor feloldható, ha az egyenlet gyökeit fel lehet írni a négy alpművelet és gyökvonás segítségével.

Lásd Kiss-jegyzet, 6.9. szakasz. Részletek: következő félév.

## 6.6.15. Feladat (NB)

$x^5 - 4x + 2$  szimmetriacsoportja (Galois-csoportja)  $S_5$ .



# Feloldhatóság és gyökképlet

**Abel**, 1824: az általános ötödfokú egyenletre nincs gyökképlet.  
**Galois**, 1830 körül: minden egyenletnek definiálta a **szimmetriacsoportját**. Belátta, hogy ez a csoport pontosan akkor feloldható, ha az egyenlet gyökeit fel lehet írni a négy alpművelet és gyökvonás segítségével.

Lásd Kiss-jegyzet, 6.9. szakasz. Részletek: következő félév.

## 6.6.15. Feladat (NB)

$x^5 - 4x + 2$  szimmetriacsoportja (Galois-csoportja)  $S_5$ .  
Ezért ennek a polinomnak a gyökei nem gyökkifejezések.

# Feloldhatóság és gyökképlet

**Abel**, 1824: az általános ötödfokú egyenletre nincs gyökképlet.  
**Galois**, 1830 körül: minden egyenletnek definiálta a **szimmetriacsoportját**. Belátta, hogy ez a csoport pontosan akkor feloldható, ha az egyenlet gyökeit fel lehet írni a négy alpművelet és gyökvonás segítségével.

Lásd Kiss-jegyzet, 6.9. szakasz. Részletek: következő félév.

## 6.6.15. Feladat (NB)

$x^5 - 4x + 2$  szimmetriacsoportja (Galois-csoportja)  $S_5$ .  
Ezért ennek a polinomnak a gyökei nem gyökkifejezések.

$x^5 + 3x^4 - 4x^3 - 5x^2 + x + 1$  Galois-csoportja  $D_5$ ,

# Feloldhatóság és gyökképlet

**Abel**, 1824: az általános ötödfokú egyenletre nincs gyökképlet.  
**Galois**, 1830 körül: minden egyenletnek definiálta a **szimmetriacsoportját**. Belátta, hogy ez a csoport pontosan akkor feloldható, ha az egyenlet gyökeit fel lehet írni a négy alpművelet és gyökvonás segítségével.

Lásd Kiss-jegyzet, 6.9. szakasz. Részletek: következő félév.

## 6.6.15. Feladat (NB)

$x^5 - 4x + 2$  szimmetriacsoportja (Galois-csoportja)  $S_5$ .  
Ezért ennek a polinomnak a gyökei nem gyökkifejezések.

$x^5 + 3x^4 - 4x^3 - 5x^2 + x + 1$  Galois-csoportja  $D_5$ , feloldható.

# Feloldhatóság és gyökképlet

**Abel**, 1824: az általános ötödfokú egyenletre nincs gyökképlet.  
**Galois**, 1830 körül: minden egyenletnek definiálta a **szimmetriacsoportját**. Belátta, hogy ez a csoport pontosan akkor feloldható, ha az egyenlet gyökeit fel lehet írni a négy alapművelet és gyökvonás segítségével.

Lásd Kiss-jegyzet, 6.9. szakasz. Részletek: következő félév.

## 6.6.15. Feladat (NB)

$x^5 - 4x + 2$  szimmetriacsoportja (Galois-csoportja)  $S_5$ .  
Ezért ennek a polinomnak a gyökei nem gyökkifejezések.

$x^5 + 3x^4 - 4x^3 - 5x^2 + x + 1$  Galois-csoportja  $D_5$ , feloldható.  
Ezért ennek a polinomnak a gyökei gyökkifejezések.

# Prímhatványrendű csoportok

Cauchy, Sylow, 1840–80: prímhatványrendű csoportok.

# Prímhatványrendű csoportok

Cauchy, Sylow, 1840–80: prímhatványrendű csoportok.

Lásd Kiss-jegyzet, 4.11 szakasz.

# Prímhatványrendű csoportok

**Cauchy, Sylow**, 1840–80: prímhatványrendű csoportok.

Lásd Kiss-jegyzet, 4.11 szakasz.

## 4.11.5. Következmény (NB)

Ha egy prímhatványrendű csoport egyszerű, akkor az prímrendű ciklikus csoport.

# Prímhatványrendű csoportok

Cauchy, Sylow, 1840–80: prímhatványrendű csoportok.

Lásd Kiss-jegyzet, 4.11 szakasz.

## 4.11.5. Következmény (NB)

Ha egy prímhatványrendű csoport egyszerű, akkor az prímrendű ciklikus csoport.

## 4.13.10. Következmény

Minden prímhatványrendű csoport feloldható.



# Prímhatványrendű csoportok

**Cauchy, Sylow**, 1840–80: prímhatványrendű csoportok.

Lásd Kiss-jegyzet, 4.11 szakasz.

## 4.11.5. Következmény (NB)

Ha egy prímhatványrendű csoport egyszerű, akkor az prímrendű ciklikus csoport.

## 4.13.10. Következmény

Minden **prímhatványrendű** csoport feloldható.

**Mert** a lebontáskor keletkező egyszerűek prímhatványrendűek.

# Prímhatványrendű csoportok

**Cauchy, Sylow**, 1840–80: prímhatványrendű csoportok.

Lásd Kiss-jegyzet, 4.11 szakasz.

## 4.11.5. Következmény (NB)

Ha egy prímhatványrendű csoport egyszerű, akkor az prímrendű ciklikus csoport.

## 4.13.10. Következmény

Minden **prímhatványrendű** csoport feloldható.

**Mert** a lebontáskor keletkező egyszerűek prímhatványrendűek. Jelentősége a **geometriai szerkeszthetőség** elméletében (következő félév).

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok,

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok, és bármely két pont pontosan egy egyenesen van rajta.

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok, és bármely két pont pontosan egy egyenesen van rajta.

Általánosítás: blokkrendszerek

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok, és bármely két pont pontosan egy egyenesen van rajta.

**Általánosítás: blokkrendszerek**

Legyen  $X$  egy 24 elemű halmaz.



# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok, és bármely két pont pontosan egy egyenesen van rajta.

**Általánosítás: blokkrendszerek**

Legyen  $X$  egy 24 elemű halmaz. Ki akarunk választani nyolcelemű részhalmazokat úgy,

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok, és bármely két pont pontosan egy egyenesen van rajta.

**Általánosítás: blokkrendszerek**

Legyen  $X$  egy 24 elemű halmaz. Ki akarunk választani nyolcelemű részhalmazokat úgy, hogy  $X$  minden ötelemű részhalmaza pontosan egyben legyen benne:

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok, és bármely két pont pontosan egy egyenesen van rajta.

**Általánosítás: blokkrendszerek**

Legyen  $X$  egy 24 elemű halmaz. Ki akarunk választani nyolcelemű részhalmazokat úgy, hogy  $X$  minden ötelemű részhalmaza pontosan egyben legyen benne: **Steiner-rendszer**.

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok, és bármely két pont pontosan egy egyenesen van rajta.

**Általánosítás: blokkrendszerek**

Legyen  $X$  egy 24 elemű halmaz. Ki akarunk választani nyolcelemű részhalmazokat úgy, hogy  $X$  minden ötelemű részhalmaza pontosan egyben legyen benne: **Steiner-rendszer**. Lényegében csak egyféleképpen lehet megcsinálni.

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok, és bármely két pont pontosan egy egyenesen van rajta.

**Általánosítás: blokkrendszerek**

Legyen  $X$  egy 24 elemű halmaz. Ki akarunk választani nyolcelemű részhalmazokat úgy, hogy  $X$  minden ötelemű részhalmaza pontosan egyben legyen benne: **Steiner-rendszer**. Lényegében csak egyféleképpen lehet megcsinálni.

$M_{24}$  ennek a szimmetriacsoportja.

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok, és bármely két pont pontosan egy egyenesen van rajta.

## Általánosítás: blokkrendszerek

Legyen  $X$  egy 24 elemű halmaz. Ki akarunk választani nyolcelemű részhalmazokat úgy, hogy  $X$  minden ötelemű részhalmaza pontosan egyben legyen benne: **Steiner-rendszer**. Lényegében csak egyféleképpen lehet megcsinálni.

$M_{24}$  ennek a szimmetriacsoportja.

$M_{23}$  ebben egy pont stabilizátora,

# A Mathieu-csoportok

**Mathieu**, 1880 körül felfedezett 5 új egyszerű csoportot.

Jelük:  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$ ,  $M_{23}$ ,  $M_{24}$ .

A síkon az egyenesek részhalmazok, és bármely két pont pontosan egy egyenesen van rajta.

## Általánosítás: blokkrendszerek

Legyen  $X$  egy 24 elemű halmaz. Ki akarunk választani nyolcelemű részhalmazokat úgy, hogy  $X$  minden ötelemű részhalmaza pontosan egyben legyen benne: **Steiner-rendszer**. Lényegében csak egyféleképpen lehet megcsinálni.

$M_{24}$  ennek a szimmetriacsoportja.

$M_{23}$  ebben egy pont stabilizátora,  $M_{22}$  az  $M_{23}$ -ban stabilizátor.

# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.



# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.

Ha  $G$  csoport, akkor vegyük a homomorfizmusait  $GL(n, \mathbb{C})$ -be.

# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.

Ha  $G$  csoport, akkor vegyük a homomorfizmusait  $GL(n, \mathbb{C})$ -be.  
Ezek megfogják  $G$  szerkezetét.

# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.

Ha  $G$  csoport, akkor vegyük a homomorfizmusait  $GL(n, \mathbb{C})$ -be. Ezek megfogják  $G$  szerkezetét. A mátrixok elemei komplex számok,

# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.

Ha  $G$  csoport, akkor vegyük a homomorfizmusait  $GL(n, \mathbb{C})$ -be. Ezek megfogják  $G$  szerkezetét. A mátrixok elemei komplex számok, jól lehet számolni velük:

# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.

Ha  $G$  csoport, akkor vegyük a homomorfizmusait  $GL(n, \mathbb{C})$ -be. Ezek megfogják  $G$  szerkezetét. A mátrixok elemei komplex számok, jól lehet számolni velük: **reprezentációelmélet**.

# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.

Ha  $G$  csoport, akkor vegyük a homomorfizmusait  $GL(n, \mathbb{C})$ -be. Ezek megfogják  $G$  szerkezetét. A mátrixok elemei komplex számok, jól lehet számolni velük: **reprezentációelmélet**.

## 4.13.11. Burnside „kétprímes” tétele

Ha a  $G$  véges egyszerű csoport rendjének legfeljebb két különböző prímosztója van, akkor az prímrendű ciklikus.

# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.

Ha  $G$  csoport, akkor vegyük a homomorfizmusait  $GL(n, \mathbb{C})$ -be. Ezek megfogják  $G$  szerkezetét. A mátrixok elemei komplex számok, jól lehet számolni velük: **reprezentációelmélet**.

## 4.13.11. Burnside „kétprímes” tétele

Ha a  $G$  véges egyszerű csoport rendjének legfeljebb két különböző prímosztója van, akkor az prímrendű ciklikus.

Szellemes bizonyítás,

# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.

Ha  $G$  csoport, akkor vegyük a homomorfizmusait  $GL(n, \mathbb{C})$ -be. Ezek megfogják  $G$  szerkezetét. A mátrixok elemei komplex számok, jól lehet számolni velük: **reprezentációelmélet**.

## 4.13.11. Burnside „kétprímes” tétele

Ha a  $G$  véges egyszerű csoport rendjének legfeljebb két különböző prímosztója van, akkor az prímrendű ciklikus.

Szellemes bizonyítás, az elmélet felépítésével együtt 30 oldal.



# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.

Ha  $G$  csoport, akkor vegyük a homomorfizmusait  $GL(n, \mathbb{C})$ -be. Ezek megfogják  $G$  szerkezetét. A mátrixok elemei komplex számok, jól lehet számolni velük: **reprezentációelmélet**.

## 4.13.11. Burnside „kétprímes” tétele

Ha a  $G$  véges egyszerű csoport rendjének legfeljebb két különböző prímosztója van, akkor az prímrendű ciklikus.

Szellemes bizonyítás, az elmélet felépítésével együtt 30 oldal.

## Következmény

Ha  $|G| = p^a q^b$  ( $p, q$  prímelek),

# Burnside kétprímes tétele

**Burnside, Frobenius:** áttörés a századfordulón.

Ha  $G$  csoport, akkor vegyük a homomorfizmusait  $GL(n, \mathbb{C})$ -be. Ezek megfogják  $G$  szerkezetét. A mátrixok elemei komplex számok, jól lehet számolni velük: **reprezentációelmélet**.

## 4.13.11. Burnside „kétprímes” tétele

Ha a  $G$  véges egyszerű csoport rendjének legfeljebb két különböző prímosztója van, akkor az prímrendű ciklikus.

Szellemes bizonyítás, az elmélet felépítésével együtt 30 oldal.

## Következmény

Ha  $|G| = p^a q^b$  ( $p, q$  prímek), akkor  $G$  feloldható.

# Páratlan rendű csoportok

Suzuki, Feit, Thompson: 1963.

# Páratlan rendű csoportok

**Suzuki, Feit, Thompson:** 1963.

Csoportelmélet év az Egyesült Államokban.

# Páratlan rendű csoportok

**Suzuki, Feit, Thompson:** 1963.

Csoportelmélet év az Egyesült Államokban.

## 4.13.12. Feit–Thompson-tétel

Ha a  $G$  véges egyszerű csoport rendje páratlan, akkor az prírendű ciklikus.

# Páratlan rendű csoportok

**Suzuki, Feit, Thompson:** 1963.

Csoportelmélet év az Egyesült Államokban.

## 4.13.12. Feit–Thompson-tétel

Ha a  $G$  véges egyszerű csoport rendje páratlan, akkor az prírendű ciklikus.

Számos elméletet kellett kidolgozni hozzá.

# Páratlan rendű csoportok

**Suzuki, Feit, Thompson:** 1963.

Csoportelmélet év az Egyesült Államokban.

## 4.13.12. Feit–Thompson-tétel

Ha a  $G$  véges egyszerű csoport rendje páratlan, akkor az prírendű ciklikus.

Számos elméletet kellett kidolgozni hozzá.

Nagyon nehéz bizonyítás, körülbelül 250 oldal.

# Páratlan rendű csoportok

**Suzuki, Feit, Thompson:** 1963.  
Csoportelmélet év az Egyesült Államokban.

## 4.13.12. Feit–Thompson-tétel

Ha a  $G$  véges egyszerű csoport rendje páratlan, akkor az prírendű ciklikus.

Számos elméletet kellett kidolgozni hozzá.  
Nagyon nehéz bizonyítás, körülbelül 250 oldal.  
Használja a reprezentációelméletet is.



# Páratlan rendű csoportok

**Suzuki, Feit, Thompson:** 1963.  
Csoportelmélet év az Egyesült Államokban.

## 4.13.12. Feit–Thompson-tétel

Ha a  $G$  véges egyszerű csoport rendje páratlan, akkor az prírendű ciklikus.

Számos elméletet kellett kidolgozni hozzá.  
Nagyon nehéz bizonyítás, körülbelül 250 oldal.  
Használja a reprezentációelméletet is.

## Következmény

Minden **páratlan** rendű véges csoport feloldható.

# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye,

# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye, a bizonyítás körülbelül 10000 oldal.

# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye, a bizonyítás körülbelül 10000 oldal.

A véges egyszerű csoportok klasszifikációja

# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye, a bizonyítás körülbelül 10000 oldal.

A véges egyszerű csoportok klasszifikációja

18 végtelen sorozat.

# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye, a bizonyítás körülbelül 10000 oldal.

## A véges egyszerű csoportok klasszifikációja

18 végtelen sorozat.

$\mathbb{Z}_p^+$ , ahol  $p$  prím az első sorozat.

# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye, a bizonyítás körülbelül 10000 oldal.

## A véges egyszerű csoportok klasszifikációja

18 végtelen sorozat.

$\mathbb{Z}_p^+$ , ahol  $p$  prím az első sorozat.

$A_n$  (alternáló csoport), ha  $n \geq 5$  a második sorozat.



# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye, a bizonyítás körülbelül 10000 oldal.

## A véges egyszerű csoportok klasszifikációja

18 végtelen sorozat.

$\mathbb{Z}_p^+$ , ahol  $p$  prím az első sorozat.

$A_n$  (alternáló csoport), ha  $n \geq 5$  a második sorozat.

A többi 16 sorozat a geometriából származó, mátrixokkal leírható csoportokból áll.

# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye, a bizonyítás körülbelül 10000 oldal.

## A véges egyszerű csoportok klasszifikációja

18 végtelen sorozat.

$\mathbb{Z}_p^+$ , ahol  $p$  prím az első sorozat.

$A_n$  (alternáló csoport), ha  $n \geq 5$  a második sorozat.

A többi 16 sorozat a geometriából származó, mátrixokkal leírható csoportokból áll.

26 **sporadikus egyszerű csoport**:

# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye, a bizonyítás körülbelül 10000 oldal.

## A véges egyszerű csoportok klasszifikációja

**18 végtelen sorozat.**

$\mathbb{Z}_p^+$ , ahol  $p$  prím az első sorozat.

$A_n$  (alternáló csoport), ha  $n \geq 5$  a második sorozat.

A többi 16 sorozat a geometriából származó, mátrixokkal leírható csoportokból áll.

**26 sporadikus egyszerű csoport:** amik nem illenek bele a sorozatokba.

# A klasszifikáció

Sok matematikus összefogásával, 1982-re sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye, a bizonyítás körülbelül 10000 oldal.

## A véges egyszerű csoportok klasszifikációja

18 **végtelen sorozat**.

$\mathbb{Z}_p^+$ , ahol  $p$  prím az első sorozat.

$A_n$  (alternáló csoport), ha  $n \geq 5$  a második sorozat.

A többi 16 sorozat a geometriából származó, mátrixokkal leírható csoportokból áll.

26 **sporadikus egyszerű csoport**: amik nem illenek bele a sorozatokba. Például az öt Mathieu-csoport sporadikus.

# A klasszifikáció

**Sok matematikus összefogásával, 1982-re** sikerült megtalálni az összes **véges egyszerű csoportot**.

Az emberiség egyik csúcsteljesítménye, a bizonyítás körülbelül 10000 oldal.

## A véges egyszerű csoportok klasszifikációja

**18 végtelen sorozat.**

$\mathbb{Z}_p^+$ , ahol  $p$  prím az első sorozat.

$A_n$  (alternáló csoport), ha  $n \geq 5$  a második sorozat.

A többi 16 sorozat a geometriából származó, mátrixokkal leírható csoportokból áll.

**26 sporadikus egyszerű csoport:** amik nem illenek bele a sorozatokba. Például az öt Mathieu-csoport sporadikus.

Számos alkalmazás az algebrán kívül is.

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai:

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168,



# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360,

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504,

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660,

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű**  $A_5$ .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster).

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982).

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982). Elemszáma:

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982). Elemszáma:

808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 000 000 000



# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982). Elemszáma:

808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 000 000 000  
azaz körülbelül  $8.08 \cdot 10^{53}$ .

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982). Elemszáma:

808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 000 000 000

azaz körülbelül  $8.08 \cdot 10^{53}$ . Prímtényezős felbontása:

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982). Elemszáma:

808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 000 000 000

azaz körülbelül  $8.08 \cdot 10^{53}$ . Prímtényezős felbontása:

$2^{46} \cdot 3^{20} \cdot 5^9 \cdot 7^6 \cdot 11^2 \cdot 13^3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71$ .

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982). Elemszáma:

808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 000 000 000

azaz körülbelül  $8.08 \cdot 10^{53}$ . Prímtényezős felbontása:

$2^{46} \cdot 3^{20} \cdot 5^9 \cdot 7^6 \cdot 11^2 \cdot 13^3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71$ .

Ez nagyságrendekkel több, mint a föld atomjainak,

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982). Elemszáma:

808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 000 000 000

azaz körülbelül  $8.08 \cdot 10^{53}$ . Prímtényezős felbontása:

$2^{46} \cdot 3^{20} \cdot 5^9 \cdot 7^6 \cdot 11^2 \cdot 13^3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71$ .

Ez nagyságrendekkel több, mint a föld atomjainak, vagy az  
ősrobbanástól mostanáig eltelt nanoszekundumoknak a száma.

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982). Elemszáma:

808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 000 000 000

azaz körülbelül  $8.08 \cdot 10^{53}$ . Prímtényezős felbontása:

$2^{46} \cdot 3^{20} \cdot 5^9 \cdot 7^6 \cdot 11^2 \cdot 13^3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71$ .

Ez nagyságrendekkel több, mint a föld atomjainak, vagy az  
ősrobbanástól mostanáig eltelt nanoszekundumoknak a száma.  
Vagyis számítógépben nem fér el például a szorzástáblája.

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982). Elemszáma:

808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 000 000 000

azaz körülbelül  $8.08 \cdot 10^{53}$ . Prímtényezős felbontása:

$2^{46} \cdot 3^{20} \cdot 5^9 \cdot 7^6 \cdot 11^2 \cdot 13^3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71$ .

Ez nagyságrendekkel több, mint a föld atomjainak, vagy az  
ősrobbanástól mostanáig eltelt nanoszekundumoknak a száma.  
Vagyis számítógépben nem fér el például a szorzástáblája.

A véges egyszerű csoportokról további táblázatok találhatóak  
a Kiss-jegyzet T. Függelékében.

# A Szörnyeteg

A legkisebb nemkommutatív egyszerű csoport a **60 elemű  $A_5$** .  
A következők elemszámai: 168, 360, 504, 660, 1092, ...

A legnagyobb sporadikus egyszerű csoport a **Szörnyeteg**  
(Monster). Felfedezője **Fisher** és **Griess** (1982). Elemszáma:

808 017 424 794 512 875 886 459 904 961 710 757 005 754 368 000 000 000

azaz körülbelül  $8.08 \cdot 10^{53}$ . Prímtényezős felbontása:

$2^{46} \cdot 3^{20} \cdot 5^9 \cdot 7^6 \cdot 11^2 \cdot 13^3 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 59 \cdot 71$ .

Ez nagyságrendekkel több, mint a föld atomjainak, vagy az  
ősrobbanástól mostanáig eltelt nanoszekundumoknak a száma.  
Vagyis számítógépben nem fér el például a szorzástáblája.

A véges egyszerű csoportokról további táblázatok találhatóak  
a Kiss-jegyzet T. Függelékében.

Csoportelméleti fogalmak összefoglaló ábrája: **543. oldal**