Algebra2, alapszint

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
ewkiss@cs.elte.hu

12. előadás

A csoport definíciója

Definíció (Kiss-jegyzet, 2.2.13. Definíció)

A G nem üres halmaz csoport, ha értelmezett rajta egy kétváltozós $*$ művelet úgy, hogy

A csoport definíciója

Definíció (Kiss-jegyzet, 2.2.13. Definíció)

A G nem üres halmaz csoport, ha értelmezett rajta egy kétváltozós $*$ művelet úgy, hogy

(1) a $*$ művelet asszociatív, azaz minden $g, h, k \in G$ esetén $(g * h) * k = g * (h * k)$;

A csoport definíciója

Definíció (Kiss-jegyzet, 2.2.13. Definíció)

A G nem üres halmaz csoport, ha értelmezett rajta egy kétváltozós $*$ művelet úgy, hogy

(1) a $*$ művelet asszociatív, azaz minden $g, h, k \in G$ esetén $(g * h) * k = g * (h * k)$;

(2) létezik $e \in G$ kétoldali neutrális elem, melyre $e * g = g * e$ teljesül minden $g \in G$-re;

A csoport definíciója

Definíció (Kiss-jegyzet, 2.2.13. Definíció)

A G nem üres halmaz csoport, ha értelmezett rajta egy kétváltozós $*$ művelet úgy, hogy

(1) a $*$ művelet asszociatív, azaz minden $g, h, k \in G$ esetén $(g * h) * k = g * (h * k)$;

(2) létezik $e \in G$ kétoldali neutrális elem, melyre $e * g = g * e$ teljesül minden $g \in G$-re; (HF: csak egy neutrális elem lehet)

A csoport definíciója

Definíció (Kiss-jegyzet, 2.2.13. Definíció)

A G nem üres halmaz csoport, ha értelmezett rajta egy kétváltozós $*$ művelet úgy, hogy

(1) a $*$ művelet asszociatív, azaz minden $g, h, k \in G$ esetén $(g * h) * k = g * (h * k)$;

(2) létezik $e \in G$ kétoldali neutrális elem, melyre $e * g = g * e$ teljesül minden $g \in G$-re; (HF: csak egy neutrális elem lehet)

(3) minden $g \in G$-nek van kétoldali g^{-1} inverze, melyre $g * g^{-1} = g^{-1} * g = e$.

A csoport definíciója

Definíció (Kiss-jegyzet, 2.2.13. Definíció)

A G nem üres halmaz csoport, ha értelmezett rajta egy kétváltozós $*$ művelet úgy, hogy

(1) a $*$ művelet asszociatív, azaz minden $g, h, k \in G$ esetén $(g * h) * k = g * (h * k)$;

(2) létezik $e \in G$ kétoldali neutrális elem, melyre $e * g = g * e$ teljesül minden $g \in G$-re;
(HF: csak egy neutrális elem lehet)

(3) minden $g \in G$-nek van kétoldali g^{-1} inverze, melyre $g * g^{-1} = g^{-1} * g = e$.
(HF: minden elemnek csak egy inverze lehet)

A csoport definíciója

Definíció (Kiss-jegyzet, 2.2.13. Definíció)

A G nem üres halmaz csoport, ha értelmezett rajta egy kétváltozós $*$ művelet úgy, hogy

(1) a $*$ művelet asszociatív, azaz minden $g, h, k \in G$ esetén $(g * h) * k = g * (h * k)$;

(2) létezik $e \in G$ kétoldali neutrális elem, melyre $e * g = g * e$ teljesül minden $g \in G$-re;
(HF: csak egy neutrális elem lehet)

(3) minden $g \in G$-nek van kétoldali g^{-1} inverze, melyre $g * g^{-1} = g^{-1} * g = e$.
(HF: minden elemnek csak egy inverze lehet)

Kommutatív csoport,

A csoport definíciója

Definíció (Kiss-jegyzet, 2.2.13. Definíció)

A G nem üres halmaz csoport, ha értelmezett rajta egy kétváltozós $*$ művelet úgy, hogy

(1) a $*$ művelet asszociatív, azaz minden $g, h, k \in G$ esetén $(g * h) * k = g * (h * k)$;

(2) létezik $e \in G$ kétoldali neutrális elem, melyre $e * g = g * e$ teljesül minden $g \in G$-re; (HF: csak egy neutrális elem lehet)

(3) minden $g \in G$-nek van kétoldali g^{-1} inverze, melyre $g * g^{-1} = g^{-1} * g = e$. (HF: minden elemnek csak egy inverze lehet)

Kommutatív csoport, vagy Abel-csoport:

A csoport definíciója

Definíció (Kiss-jegyzet, 2.2.13. Definíció)

A G nem üres halmaz csoport, ha értelmezett rajta egy kétváltozós $*$ művelet úgy, hogy

(1) a $*$ művelet asszociatív, azaz minden $g, h, k \in G$ esetén $(g * h) * k = g * (h * k)$;

(2) létezik $e \in G$ kétoldali neutrális elem, melyre $e * g = g * e$ teljesül minden $g \in G$-re; (HF: csak egy neutrális elem lehet)

(3) minden $g \in G$-nek van kétoldali g^{-1} inverze, melyre $g * g^{-1} = g^{-1} * g = e$. (HF: minden elemnek csak egy inverze lehet)

Kommutatív csoport, vagy Abel-csoport:

(4) a $*$ kommutatív, azaz minden $g, h \in G$ esetén $g * h = h * g$.

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás,

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.
A neutrális elem neve egységelem, jele 1.

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.
A neutrális elem neve egységelem, jele 1.
A g és h fölcserélhető, ha $gh = hg$.

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.
A neutrális elem neve egységelem, jele 1.
A g és h fölcserélhető, ha $gh = hg$.
HF: A gh inverze $(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1}$.

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.
A neutrális elem neve egységelem, jele 1.
A g és h fölcserélhető, ha $gh = hg$.
HF: A gh inverze $(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1}$.

Kommutatív művelet jele gyakran $+$,

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.
A neutrális elem neve egységelem, jele 1.
A g és h fölcserélhető, ha $gh = hg$.
HF: A gh inverze $(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1}$.

Kommutatív művelet jele gyakran $+$, neve összeadás.

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.
A neutrális elem neve egységelem, jele 1.
A g és h fölcserélhető, ha $gh = hg$.
HF: A gh inverze $(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1}$.

Kommutatív művelet jele gyakran $+$, neve összeadás.
A neutrális elem neve nullelem, jele 0.

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.
A neutrális elem neve egységelem, jele 1.
A g és h fölcserélhető, ha $gh = hg$.
HF: A gh inverze $(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1}$.

Kommutatív művelet jele gyakran $+$, neve összeadás.
A neutrális elem neve nullelem, jele 0.
Az inverz neve ellentett, jele $-g$.

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.
A neutrális elem neve egységelem, jele 1.
A g és h fölcserélhető, ha $gh = hg$.
HF: A gh inverze $(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1}$.

Kommutatív művelet jele gyakran $+$, neve összeadás.
A neutrális elem neve nullelem, jele 0.
Az inverz neve ellentett, jele $-g$.
A kivonás az ellentett hozzáadása: $g - h = g + (-h)$.

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.
A neutrális elem neve egységelem, jele 1.
A g és h fölcserélhető, ha $gh = hg$.
HF: A gh inverze $(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1}$.

Kommutatív művelet jele gyakran $+$, neve összeadás.
A neutrális elem neve nullelem, jele 0.
Az inverz neve ellentett, jele $-g$.
A kivonás az ellentett hozzáadása: $g - h = g + (-h)$.

Asszociatív műveletnél egy soktényezős szorzatot akárhogy zárójelezünk, ugyanazt kapjuk (Kiss-jegyzet, 2.2.2. Feladat).

A műveletek jelölése

Általában $*$ helyett egymás mellé írás, neve szorzás.
A neutrális elem neve egységelem, jele 1.
A g és h fölcserélhető, ha $gh = hg$.
HF: A gh inverze $(gh)^{-1} = h^{-1}g^{-1}$.

Kommutatív művelet jele gyakran $+$, neve összeadás.
A neutrális elem neve nullelem, jele 0.
Az inverz neve ellentett, jele $-g$.
A kivonás az ellentett hozzáadása: $g - h = g + (-h)$.

Asszociatív műveletnél egy sokténvezős szorzatot akárhogy zárójelezünk, ugyanazt kapjuk (Kiss-jegyzet, 2.2.2. Feladat). Ha kommutatív is, akkor a tényezők sorrendje sem számít (Kiss-jegyzet, 2.2.5. Feladat).

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja,

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$,

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$,

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$,

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$,

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$,

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n,

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$,

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n \times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra.

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra. Ez az R multiplikatív csoportja,

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra. Ez az R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$.

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra. Ez az R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$.

Példák: A nem nulla komplex/valós/racionális számok.

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra. Ez az R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$.

Példák: A nem nulla komplex/valós/racionális számok.
A $\mathbb{Z}^\times$ csoport elemei 1 és -1

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra. Ez az R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$.

Példák: A nem nulla komplex/valós/racionális számok.
A $\mathbb{Z}^\times$ csoport elemei 1 és -1 (a $\mathbb{Z}$ gyűrű egységei).

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra. Ez az R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$.

Példák: A nem nulla komplex/valós/racionális számok.
A $\mathbb{Z}^\times$ csoport elemei 1 és -1 (a $\mathbb{Z}$ gyűrű egységei).

$\left(T^{n\times n}\right)^\times$ elemei a nem nulla determinánsú mátrixok.

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra. Ez az R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$.

Példák: A nem nulla komplex/valós/racionális számok.
A $\mathbb{Z}^\times$ csoport elemei 1 és -1 (a $\mathbb{Z}$ gyűrű egységei).

$(T^{n\times n})^\times$ elemei a nem nulla determinánsú mátrixok.
E csoport neve általános lineáris csoport,

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra. Ez az R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$.

Példák: A nem nulla komplex/valós/racionális számok.
A $\mathbb{Z}^\times$ csoport elemei 1 és -1 (a $\mathbb{Z}$ gyűrű egységei).

$(T^{n\times n})^\times$ elemei a nem nulla determinánsú mátrixok.
E csoport neve általános lineáris csoport, jele $\mathrm{GL}(n, T)$.

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra. Ez az R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$.

Példák: A nem nulla komplex/valós/racionális számok.
A $\mathbb{Z}^\times$ csoport elemei 1 és -1 (a $\mathbb{Z}$ gyűrű egységei).

$\left(T^{n\times n}\right)^\times$ elemei a nem nulla determinánsú mátrixok.
E csoport neve általános lineáris csoport, jele $\mathrm{GL}(n, T)$.

HF: A $\mathbb{Z}_n^\times$ csoport elemei $0, 1, \ldots, n-1$ közül az n-hez relatív prím számok (Kiss-jegyzet, 2.2.3. Feladat).

Additív és multiplikatív csoport

Minden R gyűrű (és vektortér) csoport az összeadásra.
Ez az R additív csoportja, jele R^+.

Példák: $\mathbb{C}^+$, $\mathbb{R}^+$, $\mathbb{Q}^+$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}_n^+$, T^n, $T^{n\times m}$, $\mathrm{Hom}(V, W)$.

Ha R egységelemes gyűrű, akkor az invertálható elemek csoport a szorzásra. Ez az R multiplikatív csoportja, jele $R^\times$.

Példák: A nem nulla komplex/valós/racionális számok.
A $\mathbb{Z}^\times$ csoport elemei 1 és -1 (a $\mathbb{Z}$ gyűrű egységei).

$\left(T^{n\times n}\right)^\times$ elemei a nem nulla determinánsú mátrixok.
E csoport neve általános lineáris csoport, jele $\mathrm{GL}(n, T)$.

HF: A $\mathbb{Z}_n^\times$ csoport elemei $0, 1, \ldots, n-1$ közül az n-hez relatív prím számok (Kiss-jegyzet, 2.2.3. Feladat).
Speciálisan $\mathbb{Z}_p^\times$ elemszáma $p-1$, ha p prím.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük,

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is!

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója vagy szorzata,

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója vagy szorzata, jele néha fg.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója vagy szorzata, jele néha fg.
Ez asszociatív művelet,

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója vagy szorzata, jele néha fg.
Ez asszociatív művelet, de általában nem kommutatív.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója vagy szorzata, jele néha fg.
Ez asszociatív művelet, de általában nem kommutatív.
Az identitás egységelem:

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója vagy szorzata, jele néha fg.
Ez asszociatív művelet, de általában nem kommutatív.
Az identitás egységelem: $id(x) = x$ minden $x \in X$-re.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója vagy szorzata, jele néha fg.
Ez asszociatív művelet, de általában nem kommutatív.
Az identitás egységelem: $id(x) = x$ minden $x \in X$-re.
Minden $f \in S_X$ függvénynek van kétoldali inverze:

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója vagy szorzata, jele néha fg.
Ez asszociatív művelet, de általában nem kommutatív.
Az identitás egységelem: $id(x) = x$ minden $x \in X$-re.
Minden $f \in S_X$ függvénynek van kétoldali inverze:
$h = f^{-1}$ azt jelenti, hogy $f(x) = y \iff h(y) = x$.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója vagy szorzata, jele néha fg.
Ez asszociatív művelet, de általában nem kommutatív.
Az identitás egységelem: $id(x) = x$ minden $x \in X$-re.
Minden $f \in S_X$ függvénynek van kétoldali inverze:
$h = f^{-1}$ azt jelenti, hogy $f(x) = y \iff h(y) = x$.
Ezért S_X csoport a kompozícióra.

A szimmetrikus csoport

Legyen X halmaz. Az $X \to X$ kölcsönösen egyértelmű leképezéseket X transzformációinak nevezzük, halmazuk S_X.

Figyelem: A lineáris transzformációk között megengedtünk nem bijektíveket is! A mostani terminológia más.
Ha X véges, akkor inkább permutációkról beszélünk.

Ismétlés

Ha $f, g \in S_X$, akkor legyen $(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$.
$f \circ g$ az f és g kompozíciója vagy szorzata, jele néha fg.
Ez asszociatív művelet, de általában nem kommutatív.
Az identitás egységelem: $id(x) = x$ minden $x \in X$-re.
Minden $f \in S_X$ függvénynek van kétoldali inverze:
$h = f^{-1}$ azt jelenti, hogy $f(x) = y \iff h(y) = x$.
Ezért S_X csoport a kompozícióra. Neve: szimmetrikus csoport.

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:
a háromszög középpontja körül 120,

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:
a háromszög középpontja körül 120, 240,

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:
a háromszög középpontja körül 120, 240, 0 fokkal.

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:
a háromszög középpontja körül 120, 240, 0 fokkal.
Ez utóbbi (az identitás)

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:
a háromszög középpontja körül 120, 240, 0 fokkal.
Ez utóbbi (az identitás) minden háromszögnek megvan.

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:
a háromszög középpontja körül 120, 240, 0 fokkal.
Ez utóbbi (az identitás) minden háromszögnek megvan.

Definíció

A háromszög szimmetriája a sík egy olyan egybevágósági transzformációja,

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:
a háromszög középpontja körül 120, 240, 0 fokkal.
Ez utóbbi (az identitás) minden háromszögnek megvan.

Definíció

A háromszög szimmetriája a sík egy olyan egybevágósági transzformációja, ami a háromszöget önmagába képzi.

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:
a háromszög középpontja körül 120, 240, 0 fokkal.
Ez utóbbi (az identitás) minden háromszögnek megvan.

Definíció

A háromszög szimmetriája a sík egy olyan egybevágósági transzformációja, ami a háromszöget önmagába képzi.
Ilyenek kompozíciója és inverze is ilyen.

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:
a háromszög középpontja körül 120, 240, 0 fokkal.
Ez utóbbi (az identitás) minden háromszögnek megvan.

Definíció

A háromszög szimmetriája a sík egy olyan egybevágósági transzformációja, ami a háromszöget önmagába képzi.
Ilyenek kompozíciója és inverze is ilyen.
Ezért a szimmetriák csoportot alkotnak.

A háromszögek szimmetriái

Mik az ABC háromszög szimmetriái?

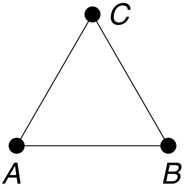
Ha egyenlő szárú, akkor tükrözés az alap felező merőlegesére.
Ha szabályos, akkor a három tükrözés mellett három forgatás:
a háromszög középpontja körül 120, 240, 0 fokkal.
Ez utóbbi (az identitás) minden háromszögnek megvan.

Definíció

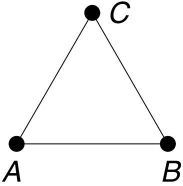
A háromszög szimmetriája a sík egy olyan egybevágósági transzformációja, ami a háromszöget önmagába képzi.
Ilyenek kompozíciója és inverze is ilyen.
Ezért a szimmetriák csoportot alkotnak.

HF: A szabályos háromszögnek csak e hat szimmetriája van.

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja

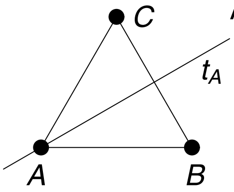


A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



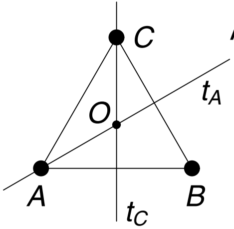
A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



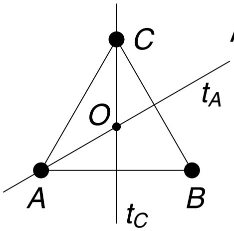
A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

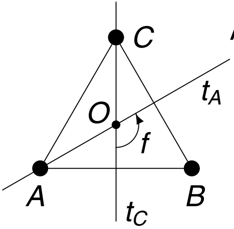
A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.

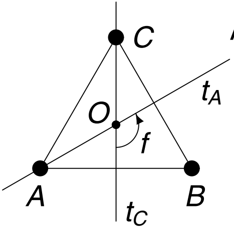
A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.

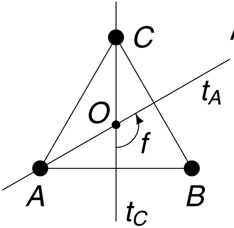
A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



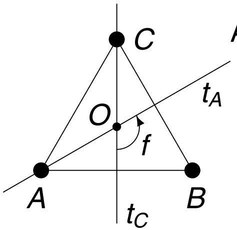
A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

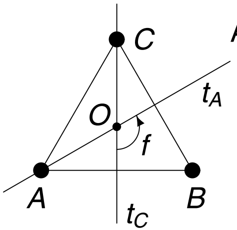
Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A = ?$

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

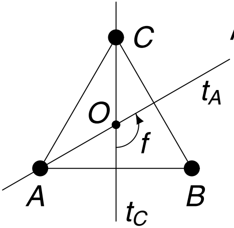
Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A = ?$ $\quad A \mapsto A$

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

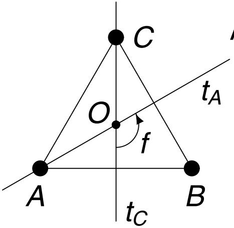
Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A = ?$ $\quad A \mapsto A \mapsto B;$

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

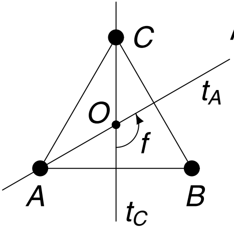
Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A = ?$ $\quad A \mapsto A \mapsto B;\quad B \mapsto C$

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

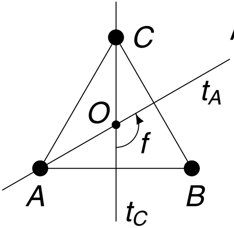
Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A = ?$ $\quad A \mapsto A \mapsto B; \quad B \mapsto C \mapsto A;$

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

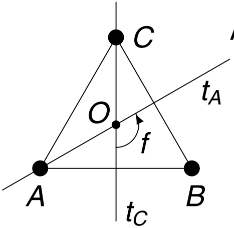
Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A =?$ $\quad A \mapsto A \mapsto B; \quad B \mapsto C \mapsto A; \quad C \mapsto B$

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

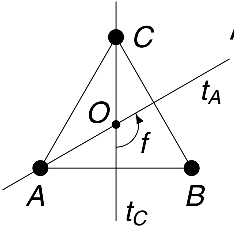
Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A = ?$ $\quad A \mapsto A \mapsto B;\quad B \mapsto C \mapsto A;\quad C \mapsto B \mapsto C.$

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

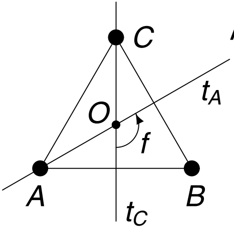
Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A = ?$ $A \mapsto A \mapsto B$; $B \mapsto C \mapsto A$; $C \mapsto B \mapsto C$. Azaz t_C.

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

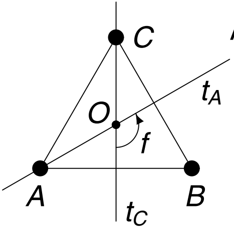
Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A = ?$ $\quad A \mapsto A \mapsto B; \quad B \mapsto C \mapsto A; \quad C \mapsto B \mapsto C$. Azaz t_C.
$t_C t_A = ?$

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

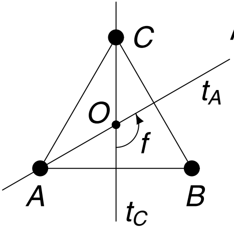
Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A = ?$ $A \mapsto A \mapsto B$; $B \mapsto C \mapsto A$; $C \mapsto B \mapsto C$. Azaz t_C.
$t_C t_A = ?$ Forgatás a tengelyek szögének kétszeresével.

A szabályos háromszög szimmetriacsoportja



A t_A a BC felező merőlegesére tükrözés.

Az f az O körüli $+120$ fokos forgatás.
Az $f^2 = f \circ f$ a $+240$ fokos forgatás.

$$id = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{bmatrix} \quad f^2 = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{bmatrix}$$

$$t_A = \begin{bmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{bmatrix} \quad t_B = \begin{bmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{bmatrix} \quad t_C = \begin{bmatrix} A & B & C \\ B & A & C \end{bmatrix}$$

$ft_A = ?$ $A \mapsto A \mapsto B$; $B \mapsto C \mapsto A$; $C \mapsto B \mapsto C$. Azaz t_C.
$t_C t_A = ?$ Forgatás a tengelyek szögének kétszeresével. Azaz f.

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$,

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$,

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$,

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$, $tf^2 = t_C$.

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$, $tf^2 = t_C$.
Elég ennyit tudni:

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$, $tf^2 = t_C$.
Elég ennyit tudni: $f^3 = id$,

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$, $tf^2 = t_C$.
Elég ennyit tudni: $f^3 = id$, $\quad t^2 = id$,

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$, $tf^2 = t_C$.
Elég ennyit tudni: $f^3 = id$, $\quad t^2 = id$, $\quad tft = f^{-1} (= f^2)$.

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$, $tf^2 = t_C$.
Elég ennyit tudni: $f^3 = id$, $\quad t^2 = id$, $\quad tft = f^{-1} (= f^2)$.
Példa: $t_B t_C =$

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$, $tf^2 = t_C$.
Elég ennyit tudni: $f^3 = id$, $\quad t^2 = id$, $\quad tft = f^{-1} (= f^2)$.
Példa: $t_B t_C = (tf)(tf^2) =$

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$, $tf^2 = t_C$.
Elég ennyit tudni: $f^3 = id$, $\quad t^2 = id$, $\quad tft = f^{-1} (= f^2)$.
Példa: $t_B t_C = (tf)(tf^2) = (tft)f^2 =$

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$, $tf^2 = t_C$.
Elég ennyit tudni: $f^3 = id$, $\quad t^2 = id$, $\quad tft = f^{-1} (= f^2)$.
Példa: $t_B t_C = (tf)(tf^2) = (tft)f^2 = f^{-1}f^2 =$

Cayley-táblázat

A csoport szorzástáblája (Cayley-táblázat):
A g sorának és h oszlopának metszéspontjában gh.

D_3	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
id	id	f	f^2	t_A	t_B	t_C
f	f	f^2	id	t_C	t_A	t_B
f^2	f^2	id	f	t_B	t_C	t_A
t_A	t_A	t_B	t_C	id	f	f^2
t_B	t_B	t_C	t_A	f^2	id	f
t_C	t_C	t_A	t_B	f	f^2	id

A csoport elemei $\{id, f, f^2, t, tf, tf^2\}$, ahol $t = t_A$, $tf = t_B$, $tf^2 = t_C$.
Elég ennyit tudni: $f^3 = id$, $\quad t^2 = id$, $\quad tft = f^{-1} (= f^2)$.
Példa: $t_B t_C = (tf)(tf^2) = (tft)f^2 = f^{-1}f^2 = f$.

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \ldots, f^{n-1},$

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \ldots, f^{n-1},$
(az első n transzformáció forgatás,

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \ldots, f^{n-1}, t, tf, tf^2, \ldots, tf^{n-1}\}$
(az első n transzformáció forgatás,

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \ldots, f^{n-1}, t, tf, tf^2, \ldots, tf^{n-1}\}$
(az első n transzformáció forgatás, a többi tengelyes tükrözés).

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \dots, f^{n-1}, t, tf, tf^2, \dots, tf^{n-1}\}$
(az első n transzformáció forgatás, a többi tengelyes tükrözés).
A szabályos n-szögnek $2n$ szimmetriája van.

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \ldots, f^{n-1}, t, tf, tf^2, \ldots, tf^{n-1}\}$
(az első n transzformáció forgatás, a többi tengelyes tükrözés).
A szabályos n-szögnek $2n$ szimmetriája van.

Érvényesek az $f^n = 1$,

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \dots, f^{n-1}, t, tf, tf^2, \dots, tf^{n-1}\}$
(az első n transzformáció forgatás, a többi tengelyes tükrözés).
A szabályos n-szögnek $2n$ szimmetriája van.

Érvényesek az $f^n = 1$, $\quad t^2 = 1$,

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \ldots, f^{n-1}, t, tf, tf^2, \ldots, tf^{n-1}\}$
(az első n transzformáció forgatás, a többi tengelyes tükrözés).
A szabályos n-szögnek $2n$ szimmetriája van.

Érvényesek az $f^n = 1, \quad t^2 = 1, \quad tf^i t = f^{-i}$ összefüggések.

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \ldots, f^{n-1}, t, tf, tf^2, \ldots, tf^{n-1}\}$
(az első n transzformáció forgatás, a többi tengelyes tükrözés).
A szabályos n-szögnek $2n$ szimmetriája van.

Érvényesek az $f^n = 1, \quad t^2 = 1, \quad tf^i t = f^{-i}$ összefüggések.
Ezekből minden szorzat kiszámítható:

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \ldots, f^{n-1}, t, tf, tf^2, \ldots, tf^{n-1}\}$
(az első n transzformáció forgatás, a többi tengelyes tükrözés).
A szabályos n-szögnek $2n$ szimmetriája van.

Érvényesek az $f^n = 1$, $\quad t^2 = 1$, $\quad tf^i t = f^{-i}$ összefüggések.
Ezekből minden szorzat kiszámítható:

$$f^i f^j = f^{i+j}\,, \qquad (tf^i)f^j = tf^{i+j}\,,$$
$$f^i(tf^j) = tf^{j-i}\,, \qquad (tf^i)(tf^j) = f^{j-i}\,,$$

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \ldots, f^{n-1}, t, tf, tf^2, \ldots, tf^{n-1}\}$
(az első n transzformáció forgatás, a többi tengelyes tükrözés).
A szabályos n-szögnek $2n$ szimmetriája van.

Érvényesek az $f^n = 1$, $\quad t^2 = 1$, $\quad tf^i t = f^{-i}$ összefüggések.
Ezekből minden szorzat kiszámítható:

$$f^i f^j = f^{i+j}, \qquad (tf^i)f^j = tf^{i+j},$$

$$f^i(tf^j) = tf^{j-i}, \qquad (tf^i)(tf^j) = f^{j-i},$$

ahol az f kitevőjében a $+$ és a $-$ jelek a mod n műveleteket jelentik.

A diédercsoport

A szabályos n-szög szimmetriacsoportja a D_n diédercsoport.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.23. Állítás)

Legyen f a középpont körüli $2\pi/n$ szögű forgatás,
t pedig a sokszög tetszőleges tengelyes szimmetriája.
Ekkor $D_n = \{f^0 = id = 1, f, f^2, \ldots, f^{n-1}, t, tf, tf^2, \ldots, tf^{n-1}\}$
(az első n transzformáció forgatás, a többi tengelyes tükrözés).
A szabályos n-szögnek $2n$ szimmetriája van.

Érvényesek az $f^n = 1, \quad t^2 = 1, \quad tf^i t = f^{-i}$ összefüggések.
Ezekből minden szorzat kiszámítható:

$$f^i f^j = f^{i+j}, \qquad (tf^i)f^j = tf^{i+j},$$

$$f^i(tf^j) = tf^{j-i}, \qquad (tf^i)(tf^j) = f^{j-i},$$

ahol az f kitevőjében a $+$ és a $-$ jelek a mod n műveleteket jelentik. A tf^i elemek mindegyikének önmaga az inverze.

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások,

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások, továbbá az átmérőkre való tengelyes tükrözések.

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások, továbbá az átmérőkre való tengelyes tükrözések.
Nyilván $f_\alpha f_\beta = f_{\alpha+\beta}$

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások, továbbá az átmérőkre való tengelyes tükrözések.
Nyilván $f_\alpha f_\beta = f_{\alpha+\beta}$ (az összeadás mod 360° értendő).

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások, továbbá az átmérőkre való tengelyes tükrözések.
Nyilván $f_\alpha f_\beta = f_{\alpha+\beta}$ (az összeadás mod 360° értendő).
Ha $t \in \mathrm{O}(2)$ tükrözés, akkor $t f_\alpha t = f_{-\alpha} = f_\alpha^{-1}$.

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások, továbbá az átmérőkre való tengelyes tükrözések.
Nyilván $f_\alpha f_\beta = f_{\alpha+\beta}$ (az összeadás mod 360° értendő).
Ha $t \in \mathrm{O}(2)$ tükrözés, akkor $tf_\alpha t = f_{-\alpha} = f_\alpha^{-1}$.
A tf_α

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások, továbbá az átmérőkre való tengelyes tükrözések.
Nyilván $f_\alpha f_\beta = f_{\alpha+\beta}$ (az összeadás mod 360° értendő).
Ha $t \in \mathrm{O}(2)$ tükrözés, akkor $tf_\alpha t = f_{-\alpha} = f_\alpha^{-1}$.
A tf_α és $f_\alpha t$ is tükrözés,

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások, továbbá az átmérőkre való tengelyes tükrözések.
Nyilván $f_\alpha f_\beta = f_{\alpha+\beta}$ (az összeadás mod 360° értendő).
Ha $t \in \mathrm{O}(2)$ tükrözés, akkor $tf_\alpha t = f_{-\alpha} = f_\alpha^{-1}$.
A tf_α és $f_\alpha t$ is tükrözés, két tükrözés szorzata pedig forgatás.

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások, továbbá az átmérőkre való tengelyes tükrözések.
Nyilván $f_\alpha f_\beta = f_{\alpha+\beta}$ (az összeadás mod 360° értendő).
Ha $t \in \mathrm{O}(2)$ tükrözés, akkor $tf_\alpha t = f_{-\alpha} = f_\alpha^{-1}$.
A tf_α és $f_\alpha t$ is tükrözés, két tükrözés szorzata pedig forgatás.

A gömb szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(3)$.

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások, továbbá az átmérőkre való tengelyes tükrözések.
Nyilván $f_\alpha f_\beta = f_{\alpha+\beta}$ (az összeadás mod 360° értendő).
Ha $t \in \mathrm{O}(2)$ tükrözés, akkor $tf_\alpha t = f_{-\alpha} = f_\alpha^{-1}$.
A tf_α és $f_\alpha t$ is tükrözés, két tükrözés szorzata pedig forgatás.

A gömb szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(3)$.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.29. Feladat)

Az $\mathrm{O}(3)$ irányítástartó elemei a középponton átmenő egyenesek körüli forgatások.

A kör és a gömb szimmetriacsoportja

A kör szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(2)$.

Állítás (lásd Kiss-jegyzet, 4.1. szakasz)

Az $\mathrm{O}(2)$ elemei a középpont körüli α szögű f_α forgatások, továbbá az átmérőkre való tengelyes tükrözések.
Nyilván $f_\alpha f_\beta = f_{\alpha+\beta}$ (az összeadás mod 360° értendő).
Ha $t \in \mathrm{O}(2)$ tükrözés, akkor $tf_\alpha t = f_{-\alpha} = f_\alpha^{-1}$.
A tf_α és $f_\alpha t$ is tükrözés, két tükrözés szorzata pedig forgatás.

A gömb szimmetriacsoportjának jele $\mathrm{O}(3)$.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.1.29. Feladat)

Az $\mathrm{O}(3)$ irányítástartó elemei a középponton átmenő egyenesek körüli forgatások. A gömb többi szimmetriája egy ilyen forgatásnak és egy középponton átmenő síkra való tükrözésnek a szorzata.

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás:

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások:

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

(3) A nem identikus forgatások:

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

(3) A nem identikus forgatások: csak a forgáscentrum fixpont.

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

(3) A nem identikus forgatások: csak a forgáscentrum fixpont.

(4) Tengelyes tükrözések:

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

(3) A nem identikus forgatások: csak a forgáscentrum fixpont.

(4) Tengelyes tükrözések: a fixpontok halmaza a tengely.

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

(3) A nem identikus forgatások: csak a forgáscentrum fixpont.

(4) Tengelyes tükrözések: a fixpontok halmaza a tengely.

(5) Csúsztatva tükrözések

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

(3) A nem identikus forgatások: csak a forgáscentrum fixpont.

(4) Tengelyes tükrözések: a fixpontok halmaza a tengely.

(5) Csúsztatva tükrözések (egy tengelyre tükrözünk, utána a tengellyel párhuzamosan eltolunk):

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

(3) A nem identikus forgatások: csak a forgáscentrum fixpont.

(4) Tengelyes tükrözések: a fixpontok halmaza a tengely.

(5) Csúsztatva tükrözések (egy tengelyre tükrözünk, utána a tengellyel párhuzamosan eltolunk): nincs fixpontjuk.

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

(3) A nem identikus forgatások: csak a forgáscentrum fixpont.

(4) Tengelyes tükrözések: a fixpontok halmaza a tengely.

(5) Csúsztatva tükrözések (egy tengelyre tükrözünk, utána a tengellyel párhuzamosan eltolunk): nincs fixpontjuk.

Az eltolások és a forgatások mozgások (irányítástartók),

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

(3) A nem identikus forgatások: csak a forgáscentrum fixpont.

(4) Tengelyes tükrözések: a fixpontok halmaza a tengely.

(5) Csúsztatva tükrözések (egy tengelyre tükrözünk, utána a tengellyel párhuzamosan eltolunk): nincs fixpontjuk.

Az eltolások és a forgatások mozgások (irányítástartók), a tükrözések és a csúsztatva tükrözések nem.

A sík „szimmetriái”

$\mathrm{E}(2)$, illetve $\mathrm{E}(3)$ jelöli a sík, illetve a tér egybevágósági (távolságtartó) transzformációinak csoportját a kompozícióra.

Kiss-jegyzet, 4.1.13. Állítás

A sík egybevágósági transzformációi a következők.

(1) Az identitás: minden pont fixpont ($id(P) = P$).

(2) A nem identikus eltolások: nincs fixpontjuk.

(3) A nem identikus forgatások: csak a forgáscentrum fixpont.

(4) Tengelyes tükrözések: a fixpontok halmaza a tengely.

(5) Csúsztatva tükrözések (egy tengelyre tükrözünk, utána a tengellyel párhuzamosan eltolunk): nincs fixpontjuk.

Az eltolások és a forgatások mozgások (irányítástartók), a tükrözések és a csúsztatva tükrözések nem. Minden egybevágóság előáll legfeljebb három tükrözés szorzataként.

A kvaterniócsoport

Kiss-jegyzet, 4.5.21. Gyakorlat

Elemek: ± 1, $\pm i$, $\pm j$, $\pm k$.

A kvaterniócsoport

Kiss-jegyzet, 4.5.21. Gyakorlat

Elemek: ± 1, $\pm i$, $\pm j$, $\pm k$. Szabályok: $i^2 = j^2 = k^2 = -1$,

A kvaterniócsoport

Kiss-jegyzet, 4.5.21. Gyakorlat

Elemek: ± 1, $\pm i$, $\pm j$, $\pm k$. Szabályok: $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$,

A kvaterniócsoport

Kiss-jegyzet, 4.5.21. Gyakorlat

Elemek: ± 1, $\pm i$, $\pm j$, $\pm k$. Szabályok: $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$, viszont $ji = -k$, $kj = -i$, $ik = -j$.

A kvaterniócsoport

Kiss-jegyzet, 4.5.21. Gyakorlat

Elemek: $\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k$. Szabályok: $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$, viszont $ji = -k$, $kj = -i$, $ik = -j$.

Q	1	i	j	k	-1	$-i$	$-j$	$-k$
1	1	i	j	k	-1	$-i$	$-j$	$-k$
i	i	-1	k	$-j$	$-i$	1	$-k$	j
j	j	$-k$	-1	i	$-j$	k	1	$-i$
k	k	j	$-i$	-1	$-k$	$-j$	i	1
-1	-1	$-i$	$-j$	$-k$	1	i	j	k
$-i$	$-i$	1	$-k$	j	i	-1	k	$-j$
$-j$	$-j$	k	1	$-i$	j	$-k$	-1	i
$-k$	$-k$	$-j$	i	1	k	j	$-i$	-1

A kvaterniócsoport

Kiss-jegyzet, 4.5.21. Gyakorlat

Elemek: ± 1, $\pm i$, $\pm j$, $\pm k$. Szabályok: $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$, viszont $ji = -k$, $kj = -i$, $ik = -j$.
Az asszociativitás ellenőrzése mátrixokkal gyorsabb.

Q	1	i	j	k	-1	$-i$	$-j$	$-k$
1	1	i	j	k	-1	$-i$	$-j$	$-k$
i	i	-1	k	$-j$	$-i$	1	$-k$	j
j	j	$-k$	-1	i	$-j$	k	1	$-i$
k	k	j	$-i$	-1	$-k$	$-j$	i	1
-1	-1	$-i$	$-j$	$-k$	1	i	j	k
$-i$	$-i$	1	$-k$	j	i	-1	k	$-j$
$-j$	$-j$	k	1	$-i$	j	$-k$	-1	i
$-k$	$-k$	$-j$	i	1	k	j	$-i$	-1

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$.

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél

$x_1 \mapsto x_2$

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél
$x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3$

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k$

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél
$x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1,$

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad.

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus,

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.
Diszjunkt ciklusok: nincs közös elemük.

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \dots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.
Diszjunkt ciklusok: nincs közös elemük.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.2.21. és 4.2.22)

Ha X véges halmaz, akkor minden S_X-beli permutáció a sorrendtől eltekintve egyértelműen felírható páronként diszjunkt ciklusok szorzataként.

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \dots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.
Diszjunkt ciklusok: nincs közös elemük.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.2.21. és 4.2.22)

Ha X véges halmaz, akkor minden S_X-beli permutáció a sorrendtől eltekintve egyértelműen felírható páronként diszjunkt ciklusok szorzataként.

Példa: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 9 & 7 & 2 & 6 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix} =$

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.
Diszjunkt ciklusok: nincs közös elemük.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.2.21. és 4.2.22)

Ha X véges halmaz, akkor minden S_X-beli permutáció a sorrendtől eltekintve egyértelműen felírható páronként diszjunkt ciklusok szorzataként.

Példa: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 9 & 7 & 2 & 6 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix} = (14752)$

Ciklusfelbontás

Kiss-jegyzet, 4.2.17. Definíció

Legyen X halmaz és $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k \in X$. Ekkor $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{k-1}, x_k)$ az a permutáció, amelynél $x_1 \mapsto x_2 \mapsto x_3 \mapsto \ldots \mapsto x_{k-1} \mapsto x_k \mapsto x_1$, és X többi eleme a helyén (fixen) marad. Neve: ciklus, melynek hossza k.
Diszjunkt ciklusok: nincs közös elemük.

Tétel (Kiss-jegyzet, 4.2.21. és 4.2.22)

Ha X véges halmaz, akkor minden S_X-beli permutáció a sorrendtől eltekintve egyértelműen felírható páronként diszjunkt ciklusok szorzataként.

Példa: $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 9 & 7 & 2 & 6 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix} = (14752)(39).$

Az előjel kiszámítása

Kiss-jegyzet, 4.2.24. Következmény

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció.

Az előjel kiszámítása

Kiss-jegyzet, 4.2.24. Következmény

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció.
Páratlan hosszú ciklus páros permutáció.

Az előjel kiszámítása

Kiss-jegyzet, 4.2.24. Következmény

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció.
Páratlan hosszú ciklus páros permutáció.
Egy permutáció pontosan akkor páratlan,

Az előjel kiszámítása

Kiss-jegyzet, 4.2.24. Következmény

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció.
Páratlan hosszú ciklus páros permutáció.
Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha diszjunkt ciklusokra bontva a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Az előjel kiszámítása

Kiss-jegyzet, 4.2.24. Következmény

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció.
Páratlan hosszú ciklus páros permutáció.
Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha diszjunkt ciklusokra bontva a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Bizonyítás

HF: $(x_1 \ldots x_k) = (x_1 x_2)(x_2 x_3) \ldots (x_{k-2} x_{k-1})(x_{k-1} x_k)$.

Az előjel kiszámítása

Kiss-jegyzet, 4.2.24. Következmény

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció.
Páratlan hosszú ciklus páros permutáció.
Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha diszjunkt ciklusokra bontva a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Bizonyítás

HF: $(x_1 \dots x_k) = (x_1 x_2)(x_2 x_3) \dots (x_{k-2} x_{k-1})(x_{k-1} x_k)$.
Azaz egy k hosszú ciklus $k-1$ darab transzpozíció szorzata.

Az előjel kiszámítása

Kiss-jegyzet, 4.2.24. Következmény

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció.
Páratlan hosszú ciklus páros permutáció.
Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha diszjunkt ciklusokra bontva a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Bizonyítás

HF: $(x_1 \dots x_k) = (x_1 x_2)(x_2 x_3) \dots (x_{k-2} x_{k-1})(x_{k-1} x_k)$.
Azaz egy k hosszú ciklus $k-1$ darab transzpozíció szorzata.
Használjuk föl, hogy $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. □

Az előjel kiszámítása

Kiss-jegyzet, 4.2.24. Következmény

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció.
Páratlan hosszú ciklus páros permutáció.
Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha diszjunkt ciklusokra bontva a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Bizonyítás

HF: $(x_1 \dots x_k) = (x_1 x_2)(x_2 x_3) \dots (x_{k-2} x_{k-1})(x_{k-1} x_k)$.
Azaz egy k hosszú ciklus $k - 1$ darab transzpozíció szorzata.
Használjuk föl, hogy $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. $\square$

Ezzel elvégeztük a Kiss-jegyzet 4.1 és 4.2 szakaszait.

Az előjel kiszámítása

Kiss-jegyzet, 4.2.24. Következmény

Páros hosszú ciklus páratlan permutáció.
Páratlan hosszú ciklus páros permutáció.
Egy permutáció pontosan akkor páratlan, ha diszjunkt ciklusokra bontva a páros hosszú ciklusok száma páratlan.

Bizonyítás

HF: $(x_1 \dots x_k) = (x_1 x_2)(x_2 x_3) \dots (x_{k-2} x_{k-1})(x_{k-1} x_k)$.
Azaz egy k hosszú ciklus $k-1$ darab transzpozíció szorzata.
Használjuk föl, hogy $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. $\square$

Ezzel elvégeztük a Kiss-jegyzet 4.1 és 4.2 szakaszait.
A 4.2.9. Lemma bizonyítását csak középszinten, továbbá a matematikus, alkmatos és tanári szakirányokon kell tudni.