Bsc algebra2 alapszintű gyakorlat

Nyolcadik alkalom (2007. április 18–24)

4.5.26. *Mik az alábbi $G \le S_X$ transzformációcsoportokban a pályák és a stabilizátorok?*

a) X a sík pontjai, G az origót fixáló egybevágóságok csoportja.

b) X a sík pontjai, G az x-tengellyel párhuzamos eltolások csoportja.

c) X egy szabályos n-szög csúcsai, G a D_n diédercsoportban egy csúcs stabilizátora.

d) X egy kocka csúcsai, G a kocka szimmetriacsoportjában egy csúcs stabilizátora.

e) $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $G = A_4$.

4.5.7. *Tekintsük a D_4 diédercsoportot, mint a sík egybevágósági transzformációinak részcsoportját. Adjuk meg a sík pontjainak pályáját és stabilizátorát.*

4.5.27. *Mely négyszögeknek van pontosan két szimmetriája? Melyeknek van ennél több?*

4.5.11, 4.5.28. *Határozzuk meg az alábbi testek szimmetriáinak számát.*

a) Egy olyan téglatest, aminek mindhárom élhosszúsága különböző.

b) Egy olyan négyzet alapú egyenes hasáb, ami nem kocka.

c) Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb.

d) Egy szabályos háromszög alapú egyenes gúla, amely nem szabályos tetraéder.

e) Egy szabályos tetraéder. Mivel izomorf a szimmetriacsoport?

f) Egy szabályos oktaéder.

4.5.29*. *Igazoljuk, hogy a kocka G szimmetriacsoportja tranzitív az élek halmazán, és minden él stabilizátora négyelemű, továbbá hogy G a lapok halmazán is tranzitív, és itt mindegyik stabilizátor a D_4 diédercsoporttal izomorf. Van-e G-nek 16 elemű részcsoportja?*

4.5.31. *Bontsunk egy négyzetet 9 egybevágó kisebb négyzetre. Hányféleképpen lehet ezek közül négyet kiszínezni (egy színnel) úgy, hogy a négyzet szimmetriáival egymásba átvihető színezéseket nem tekintjük különbözőnek?*

4.5.32*. *Legyen X legalább kételemű véges halmaz. Igazoljuk, hogy S_X minden tranzitív részcsoportjában van fixpontmentes elem. Elhagyható-e a tranzitivitás feltétele?*

4.5.33. *Egy gráf szimmetriáján a csúcsainak egy olyan permutációját értjük, amely élt élbe visz. Rajzoljunk olyan gráfokat, melyeknek pontosan 2, 4, 3, 1 szimmetriája van.*

4.5.37. *Tegyük föl, hogy $G \le S_X$ és $x, y \in X$. Igazoljuk, hogy ha $g(x) = y$, és x stabilizátora H, akkor y stabilizátora gHg^{-1}.*

4.6.11. *Határozzuk meg a G csoportban a $\langle X \rangle$ részcsoportot.*

a) $G = \mathbb{Z}^+$, $X = \{28, 34\}$.

b) $G = S_n$, $X = \{(12), (1, 2, \ldots, n)\}$.

c) $G = S_4$, $X = \{(13), (1234)\}$.

4.6.12. *Mutassuk meg, hogy a D_n diédercsoportot generálják az f és t elemek. Határozzuk meg a D_5 és D_6 diédercsoportokban a $\langle t, f^2 \rangle$ részcsoportot.*

IHF. *Egy szabályos háromszöget az oldalak harmadolópontjai segítségével kilenc egybevágó szabályos háromszögre bontunk. Hányféleképpen lehet ezek közül hármat kiválasztani (a sorrendre való tekintet nélkül), ha a forgatással vagy tükrözéssel egymásba vihető megoldásokat nem tekintjük különbözőnek?*