

*Főideálgyűrű, euklideszi gyűrű*

35. (Vizsgaanyag, Kiss-jegyzet 5.5.3. Tétel.) Igazoljuk, hogy minden euklideszi gyűrű főideálgyűrű.
36. Tekintsük a 10-hez relatív prím nevezőjű törteket, illetve a véges tizedestörtek gyűrűjét.
- Mik az egységek ezekben a gyűrűkben?
  - Határozzuk meg az összes felbonthatatlant. Hány páronként nem egységszeres van közöttük?
  - Hol bukik meg itt az euklideszi bizonyítás a végtelen sok prímszám létezésére?
  - Igaz-e a számelmélet alaptétele? Euklidesziek-e ezek e gyűrűk?
37. Legyen  $R$  egységelemes, kommutatív, nullosztómentes gyűrű. Mutassuk meg, hogy  $R[x]$  akkor és csak akkor főideálgyűrű, ha  $R$  test.
38. Mutassuk meg, hogy a páros számoknál tapasztalt számelméleti „anomáliák” zöme az egységelem hiányából ered: ha egy kommutatív, nullosztómentes gyűrűben nincs egységelem, akkor nincs benne sem egység, sem pedig prím.

Átnézendő a 10/16-i előadásra: Mátrixok, vektortér, műveletek lineáris transzformációkkal, minimálpolinom (Hom  $V$ -ben).