Bsc algebra3 elemző gyakorlat

Második zárthelyi (2007. december 12.)

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, mindegyik lapon legyen rajta a **szakirány**, és a **szerző** neve, valamint EHA-kódja. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni csak egy lapnyi kézzel írott puskát lehet, kalkulátort sem.

1. *Adjunk meg a tér $x + y - z = 0$ egyenletű síkjában egy ortonormált bázist.*

2. *A $\mathbb{C}^4$ alábbi transzformációi mindegyikéről döntsük el, hogy normális-e, önadjungált-e, unitér-e?*

$$A\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_1 \end{bmatrix}, \quad B\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u_2 \\ u_1 \\ u_4 \\ -u_3 \end{bmatrix}, \quad C\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_3 + iu_4 \\ u_3 - iu_4 \\ u_1 + u_2 \\ iu_2 - iu_1 \end{bmatrix}.$$

3. *Írjuk föl az $2x^2 + 4xy - y^2$ kvadratikus alakhoz tartozó B szimmetrikus bilineáris függvény mátrixát (1 pont), állapítsuk meg a kvadratikus karakterét (2 pont), és adjunk meg egy B-ortogonális ONB-t.*

4. *Hány részteste van a 2^{10} elemű testnek (1 pont)? Határozzuk meg a tizedfokú irreducibilis polinomok számát $\mathbb{Z}_2$ fölött.*

5. *Legyen M invertálható, négyzetes, komplex elemű mátrix, melyre $M^4 = M^*$. Igaz-e, hogy M normális (1 pont), illetve unitér?*

6. *Határozzuk meg $\mathbb{Z}_7$ fölött az $x^9 - 1$ polinom felbontási testének elemszámát.*