

Bsc algebra3 elemző gyakorlat

Első zárthelyi (2007. október 17.)

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, mindegyik lapon legyen rajta a **szakirány**, és a **szerző** neve, valamint EHA-kódja. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni csak egy lapnyi kézzel írott puskát lehet, kalkulátort sem.

1. Legyen I a \mathbb{Z}_{30} gyűrűben a 18 által generált főideál.
 - a) Adjuk meg I elemeinek a számát.
 - b) Soroljuk föl az $R = \mathbb{Z}_{30}/(18)$ faktorgyűrű összes elemét (mindegyiket egyszer).
 - c) Az R invertálható elemeinek adjuk meg az inverzét.
 - d) Az R nullosztóihoz adjunk meg egy-egy nullosztótársat, mellyel vett szorzata nulla.
2. Bontsuk föl a $66 + 42i$ számot Gauss-prímek szorzatára.
3. Írjuk föl az $1 + \sqrt[3]{5}$ reciprokát $a + b\sqrt[3]{5} + c\sqrt[3]{25}$ alakban, ahol $a, b, c \in \mathbb{Q}$.
4. Határozzuk meg $\sqrt{\sqrt{7} + 1}$ minimálpolinomját \mathbb{Q} és $\mathbb{Q}(\sqrt{7})$ fölött.
5. Számítsuk ki $\sqrt{3}$ fokát $\mathbb{Q}(\sqrt[5]{5}, \sqrt[7]{7})$ fölött.
6. Jellemezzük a \mathbb{Z} -beli kanonikus alakjuk segítségével (a két négyzetszám tételhez hasonló módon) azokat a pozitív egészeket, amelyek előállnak két **különböző** négyzetszám összegeként.