

Bsc algebra3 elemző gyakorlat
Negyedik feladatsor (2007. november 6)

6.7.4. *Igazoljuk, hogy a négyelemű test mindegyik eleme gyöke az $x^4 - x$ polinomnak.*

384–386. oldal. *Legyen $L = \mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + x + 1)$ a nyolcelemű test.*

- a) *Mutassuk meg, hogy L minden eleme gyöke az $x^8 - x$ polinomnak, majd bontsuk ezt irreducibilisek szorzatára \mathbb{Z}_2 fölött.*
- b) *Határozzuk meg a $\psi(x) = x^2$ Frobenius-automorfizmus ciklusait az L halmazon. Igazoljuk, hogy az egy ciklushoz tartozó elemek minimálpolinomja és rendje egyenlő.*
- c) *Határozzuk meg L mindegyik elemének a minimálpolinomját a prímtest fölött.*
- d) *Határozzuk meg L összes résztestét.*

Végezzük el az analóg vizsgálatokat a 4, 9, 16 elemű test esetében is.

6.7.16. *Hány négyzet-, illetve köbelem van az 27 elemű testben? Hány gyöke van itt az $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$, illetve az $x^2 - x + 1$ polinomnak?*

6.7.17. *Mi a 17 elemű test fölött az $x^2 + 1$ és az $x^2 - 3$ polinomok felbontási teste?*

6.7.18. *Határozzuk meg az $x^2 + x + 1$ polinom felbontási testét a 121, illetve a 125 elemű test fölött.*

6.7.19. *Határozzuk meg az $x^{11} - 1$ polinom felbontási testét \mathbb{Z}_2 és \mathbb{Z}_{11} fölött.*

6.7.23. *Hány 8, illetve 12 fokú irreducibilis polinom van \mathbb{Z}_2 fölött?*