

Mat-alkmat szak, első évfolyam második félév

Második zárthelyi (2006. május 17.)

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szak**, a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. Legyen $N = \{1, f^8, t, tf^8\} \subseteq D_{16}$. Mutassuk meg, hogy ez részcsoporthoz tartozik, döntsük el, hogy a két négyelemű csoport közül melyikkel izomorf, és adjunk meg egy olyan $g \in D_{16}$ elemet, amelyre $gN \neq Ng$.
2. Ciklikus-e a $\mathbb{Z}_{24}^\times / \{1, 23\}$ faktorcsoporthoz tartozik?
3. Legyen $g = (1234)(567) \in S_7$. Állapítsuk meg g konjugátosztályának elemszámát, valamint azt, hogy melyik ismert csoporttal izomorf a g centralizátora.
4. Határozzuk meg S_5 -ben az $(12)(34)$, (134) , (12345) elemek által generált részcsoporthoz tartozik.
5. Tekintsük a kocka szimmetriacsoportjának hatását a kocka testátlóinak halmazán. Izomorf-e egy testátló stabilizátora az A_4 csoporttal? Ez a stabilizátor tehát azokból a szimmetriákból áll, amelyek az adott testátlót, mint halmazt képezik önmagára (de a két végpontját megcserélhetik.)
6. Egy invertálható, négyzetes, valós M mátrixra $M^T = -M$. Lehet-e M minimálpolinomjában páratlan fokú tag?