

Algebra1, alapszint

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
ewkiss@cs.elte.hu

8. előadás

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van.

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 :$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11,$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : \mathbf{11}, \quad x_1^4x_2^0 :$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40,$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 :$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02,$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 :$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : \mathbf{11}, \quad x_1^4x_2^0 : \mathbf{40}, \quad x_1^0x_2^2 : \mathbf{02}, \quad x_1^3x_2^1 : \mathbf{31}.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

$$02 < 11 < 31 < 40,$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

02 < 11 < 31 < 40, és eszerint rendezzük f tagjait is:

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

02 < 11 < 31 < 40, és eszerint rendezzük f tagjait is:

$$f(x_1, x_2) =$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

$02 < 11 < 31 < 40$, és eszerint rendezzük f tagjait is:

$$f(x_1, x_2) = 2ix_2^2$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

02 < 11 < 31 < 40, és eszerint rendezzük f tagjait is:

$$f(x_1, x_2) = 2ix_2^2 + 2x_1x_2$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

02 < 11 < 31 < 40, és eszerint rendezzük f tagjait is:

$$f(x_1, x_2) = 2ix_2^2 + 2x_1x_2 - ix_1^3x_2$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

02 < 11 < 31 < 40, és eszerint rendezzük f tagjait is:

$$f(x_1, x_2) = 2ix_2^2 + 2x_1x_2 - ix_1^3x_2 - x_1^4.$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

02 < 11 < 31 < 40, és eszerint rendezzük f tagjait is:

$$f(x_1, x_2) = 2ix_2^2 + 2x_1x_2 - ix_1^3x_2 - x_1^4.$$

Ez a tagok **lexikografikus rendezése**.

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

02 < 11 < 31 < 40, és eszerint rendezzük f tagjait is:

$$f(x_1, x_2) = 2ix_2^2 + 2x_1x_2 - ix_1^3x_2 - x_1^4.$$

Ez a tagok **lexikografikus rendezése**.

Általában

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum r_{m_1, m_2, \dots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}.$$

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

02 < 11 < 31 < 40, és eszerint rendezzük f tagjait is:

$$f(x_1, x_2) = 2ix_2^2 + 2x_1x_2 - ix_1^3x_2 - x_1^4.$$

Ez a tagok **lexikografikus rendezése**.

Általában

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum r_{m_1, m_2, \dots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}.$$

Az általános tag „telefonszáma” $m_1 m_2 \dots m_n$.

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

$02 < 11 < 31 < 40$, és eszerint rendezzük f tagjait is:

$$f(x_1, x_2) = 2ix_2^2 + 2x_1x_2 - ix_1^3x_2 - x_1^4.$$

Ez a tagok **lexikografikus rendezése**.

Általában

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum r_{m_1, m_2, \dots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}.$$

Az általános tag „telefonszáma” $m_1 m_2 \dots m_n$.

n -jegyű,

A kitevők sorozata

Példa

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

Négy tag van. Mindegyikben írjuk föl a kitevők sorozatát:

$$x_1^1x_2^1 : 11, \quad x_1^4x_2^0 : 40, \quad x_1^0x_2^2 : 02, \quad x_1^3x_2^1 : 31.$$

A kapott négy kétjegyű „telefonszámot” rakjuk sorba:

02 < 11 < 31 < 40, és eszerint rendezzük f tagjait is:

$$f(x_1, x_2) = 2ix_2^2 + 2x_1x_2 - ix_1^3x_2 - x_1^4.$$

Ez a tagok **lexikografikus rendezése**.

Általában

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum r_{m_1, m_2, \dots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}.$$

Az általános tag „telefonszáma” $m_1m_2 \dots m_n$.

n -jegyű, akármilyen nagy „számjegy” lehetséges.

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = r x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$$

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál,**

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$ és $Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}$.

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál**,
ha az első olyan j indexnél, ahol a két telefonszám eltér,

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$ és $Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}$.

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál**, ha az első olyan j indexnél, ahol a két telefonszám eltér, $m_j < k_j$ teljesül.

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál**, ha az első olyan j indexnél, ahol a két telefonszám eltér, $m_j < k_j$ teljesül. **Precízebben**: van olyan $1 \leq j \leq n$, hogy

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál**, ha az első olyan j indexnél, ahol a két telefonszám eltér, $m_j < k_j$ teljesül. **Precízebben**: van olyan $1 \leq j \leq n$, hogy $m_1 = k_1$,

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál**, ha az első olyan j indexnél, ahol a két telefonszám eltér, $m_j < k_j$ teljesül. **Precízebben**: van olyan $1 \leq j \leq n$, hogy $m_1 = k_1, m_2 = k_2,$

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál**, ha az első olyan j indexnél, ahol a két telefonszám eltér, $m_j < k_j$ teljesül. **Precízebben**: van olyan $1 \leq j \leq n$, hogy $m_1 = k_1, m_2 = k_2, \dots, m_{j-1} = k_{j-1}$,

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál**, ha az első olyan j indexnél, ahol a két telefonszám eltér, $m_j < k_j$ teljesül. **Precízebben**: van olyan $1 \leq j \leq n$, hogy $m_1 = k_1, m_2 = k_2, \dots, m_{j-1} = k_{j-1}$, de $m_j < k_j$.

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál**, ha az első olyan j indexnél, ahol a két telefonszám eltér, $m_j < k_j$ teljesül. **Precízebben**: van olyan $1 \leq j \leq n$, hogy $m_1 = k_1, m_2 = k_2, \dots, m_{j-1} = k_{j-1}$, de $m_j < k_j$.

Jelölés

$P < Q$ azt jelenti: P lexikografikusan kisebb Q -nál.

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n} \text{ és } Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}.$$

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál**, ha az első olyan j indexnél, ahol a két telefonszám eltér, $m_j < k_j$ teljesül. **Precízebben:** van olyan $1 \leq j \leq n$, hogy $m_1 = k_1, m_2 = k_2, \dots, m_{j-1} = k_{j-1}$, de $m_j < k_j$.

Jelölés

$P < Q$ azt jelenti: P lexikografikusan kisebb Q -nál.

A $P \preceq Q$ azt jelenti: $P < Q$, vagy P és Q az r, s együtthatóktól eltekintve megegyezik

A lexikografikus sorrend

A telefonszámokat úgy rakjuk sorba, ahogy a telefonkönyvben.

Definíció

$P = rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$ és $Q = sx_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_n^{k_n}$.

A telefonszámok: $m_1 m_2 \dots m_n$ és $k_1 k_2 \dots k_n$.

Azt mondjuk, hogy **P lexikografikusan kisebb Q -nál**, ha az első olyan j indexnél, ahol a két telefonszám eltér, $m_j < k_j$ teljesül. **Precízebben**: van olyan $1 \leq j \leq n$, hogy $m_1 = k_1, m_2 = k_2, \dots, m_{j-1} = k_{j-1}$, de $m_j < k_j$.

Jelölés

$P < Q$ azt jelenti: P lexikografikusan kisebb Q -nál.

A $P \preceq Q$ azt jelenti: $P < Q$, vagy P és Q az r, s együtthatóktól eltekintve megegyezik (telefonszámuk ugyanaz).

A főtagok szorzata

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

A főtagok szorzata

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.
Ekkor $P'Q' \preceq PQ$.

A főtagok szorzata

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.
Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor

A főtagok szorzata

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$

A főtagok szorzata

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

A főtagok szorzata

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Bizonyítás

Házi Feladat (Kiss-jegyzet, 2.6.6. Lemma).

A főtagok szorzata

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Bizonyítás

Házi Feladat (Kiss-jegyzet, 2.6.6. Lemma).

Definíció

Egy polinom **főtagja** a lexikografikusan legnagyobb tagja.

A főtagok szorzata

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Bizonyítás

Házi Feladat (Kiss-jegyzet, 2.6.6. Lemma).

Definíció

Egy polinom **főtagja** a lexikografikusan legnagyobb tagja.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$ főtagja

A főtagok szorzata

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Bizonyítás

Házi Feladat (Kiss-jegyzet, 2.6.6. Lemma).

Definíció

Egy polinom **főtagja** a lexikografikusan legnagyobb tagja.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$ főtagja $-x_1^4$.

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Bizonyítás

Legyen az f polinom főtagja P ,

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Bizonyítás

Legyen az f polinom főtagja P , a g polinom főtagja Q .

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Bizonyítás

Legyen az f polinom főtagja P , a g polinom főtagja Q .

Az fg a $P'Q'$ tagok összege,

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Bizonyítás

Legyen az f polinom főtagja P , a g polinom főtagja Q .

Az fg a $P'Q'$ tagok összege, ahol P' befutja az f ,

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyünk föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Bizonyítás

Legyen az f polinom főtagja P , a g polinom főtagja Q .

Az fg a $P'Q'$ tagok összege, ahol P' befutja az f ,
 Q' ettől függetlenül befutja a g összes tagját.

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Bizonyítás

Legyen az f polinom főtagja P , a g polinom főtagja Q .

Az fg a $P'Q'$ tagok összege, ahol P' befutja az f ,

Q' ettől függetlenül befutja a g összes tagját.

A Lemma miatt $P'Q' \prec PQ$, egyetlen kivétellel:

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Bizonyítás

Legyen az f polinom főtagja P , a g polinom főtagja Q .

Az fg a $P'Q'$ tagok összege, ahol P' befutja az f ,
 Q' ettől függetlenül befutja a g összes tagját.

A Lemma miatt $P'Q' \prec PQ$, egyetlen kivétellel:
amikor P -t szorozzuk Q -val.

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Bizonyítás

Legyen az f polinom főtagja P , a g polinom főtagja Q .

Az fg a $P'Q'$ tagok összege, ahol P' befutja az f ,
 Q' ettől függetlenül befutja a g összes tagját.

A Lemma miatt $P'Q' \prec PQ$, egyetlen kivétellel:
amikor P -t szorozzuk Q -val. Ezért PQ nem esik ki,

A szorzat főtagja

Lemma

Tegyük föl, hogy $P' \preceq P$ és $Q' \preceq Q$ teljesül.

Ekkor $P'Q' \preceq PQ$. Ha egyenlőség áll, akkor $P' = P$ és $Q' = Q$.

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Bizonyítás

Legyen az f polinom főtagja P , a g polinom főtagja Q .

Az fg a $P'Q'$ tagok összege, ahol P' befutja az f ,
 Q' ettől függetlenül befutja a g összes tagját.

A Lemma miatt $P'Q' \prec PQ$, egyetlen kivétellel:

amikor P -t szorozzuk Q -val. Ezért PQ nem esik ki,

a többi keletkező tag pedig ennél lexikografikusan kisebb. \square

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3$$

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok).

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok:

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100,

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010,

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001.

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001. Főtag: x_1 .

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001. Főtag: x_1 .

A σ_2 -beli telefonszámok:

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001. Főtag: x_1 .

A σ_2 -beli telefonszámok: 110,

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001. Főtag: x_1 .

A σ_2 -beli telefonszámok: 110, 101,

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001. Főtag: x_1 .

A σ_2 -beli telefonszámok: 110, 101, 011.

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001. Főtag: x_1 .

A σ_2 -beli telefonszámok: 110, 101, 011. Főtag: x_1x_2 .

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001. Főtag: x_1 .

A σ_2 -beli telefonszámok: 110, 101, 011. Főtag: x_1x_2 .

$\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001. Főtag: x_1 .

A σ_2 -beli telefonszámok: 110, 101, 011. Főtag: x_1x_2 .

$\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja $x_1^6(x_1x_2)^3$

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001. Főtag: x_1 .

A σ_2 -beli telefonszámok: 110, 101, 011. Főtag: x_1x_2 .

$$\sigma_1^6\sigma_2^3 \text{ főtagja } x_1^6(x_1x_2)^3 = x_1^9x_2^3$$

Példa a szorzat főtagjára

Tétel

Szorzat főtagja a főtagok szorzata.

Megjegyzés

A nullosztómentesség ebből is következik.

Példa

$$\sigma_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

(elemi szimmetrikus polinomok). **Mi lesz $\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja?**

A σ_1 -beli telefonszámok: 100, 010, 001. Főtag: x_1 .

A σ_2 -beli telefonszámok: 110, 101, 011. Főtag: x_1x_2 .

$\sigma_1^6\sigma_2^3$ főtagja $x_1^6(x_1x_2)^3 = x_1^9x_2^3$ (a tétel miatt).

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom,**

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$:

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad,

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$ és $x_2 \longleftrightarrow x_3$ sem változtatja meg.

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$ és $x_2 \longleftrightarrow x_3$ sem változtatja meg.

$x_1x_2^2 + x_2x_3^2 + x_3x_1^2$ **nem** szimmetrikus.

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$ és $x_2 \longleftrightarrow x_3$ sem változtatja meg.

$x_1x_2^2 + x_2x_3^2 + x_3x_1^2$ **nem** szimmetrikus.

Például $x_1 \longleftrightarrow x_2$:

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$ és $x_2 \longleftrightarrow x_3$ sem változtatja meg.

$x_1x_2^2 + x_2x_3^2 + x_3x_1^2$ **nem** szimmetrikus.

Például $x_1 \longleftrightarrow x_2$: $x_2x_1^2$

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$ és $x_2 \longleftrightarrow x_3$ sem változtatja meg.

$x_1x_2^2 + x_2x_3^2 + x_3x_1^2$ **nem** szimmetrikus.

Például $x_1 \longleftrightarrow x_2$: $x_2x_1^2 + x_1x_3^2$

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$ és $x_2 \longleftrightarrow x_3$ sem változtatja meg.

$x_1x_2^2 + x_2x_3^2 + x_3x_1^2$ **nem** szimmetrikus.

Például $x_1 \longleftrightarrow x_2$: $x_2x_1^2 + x_1x_3^2 + x_3x_2^2$ lesz.

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$ és $x_2 \longleftrightarrow x_3$ sem változtatja meg.

$x_1x_2^2 + x_2x_3^2 + x_3x_1^2$ **nem** szimmetrikus.

Például $x_1 \longleftrightarrow x_2$: $x_2x_1^2 + x_1x_3^2 + x_3x_2^2$ lesz.

Ebben például $x_1x_2^2$ nem szerepel:

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$ és $x_2 \longleftrightarrow x_3$ sem változtatja meg.

$x_1x_2^2 + x_2x_3^2 + x_3x_1^2$ **nem** szimmetrikus.

Például $x_1 \longleftrightarrow x_2$: $x_2x_1^2 + x_1x_3^2 + x_3x_2^2$ lesz.

Ebben például $x_1x_2^2$ nem szerepel: nem azonos az eredetivel.

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$ és $x_2 \longleftrightarrow x_3$ sem változtatja meg.

$x_1x_2^2 + x_2x_3^2 + x_3x_1^2$ **nem** szimmetrikus.

Például $x_1 \longleftrightarrow x_2$: $x_2x_1^2 + x_1x_3^2 + x_3x_2^2$ lesz.

Ebben például $x_1x_2^2$ nem szerepel: nem azonos az eredetivel.

Az elemi szimmetrikus polinomok szimmetrikusak.

Szimmetrikus polinomok

Definíció

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ **szimmetrikus polinom**,
ha nem változik meg semelyik két változó cseréjekor.

Példák

$(x_1x_2)^2 + (x_1x_3)^2 + (x_2x_3)^2$ szimmetrikus.

Ha $x_1 \longleftrightarrow x_2$: az első tag marad, a másik kettő cserélődik.

Hasonlóan $x_1 \longleftrightarrow x_3$ és $x_2 \longleftrightarrow x_3$ sem változtatja meg.

$x_1x_2^2 + x_2x_3^2 + x_3x_1^2$ **nem** szimmetrikus.

Például $x_1 \longleftrightarrow x_2$: $x_2x_1^2 + x_1x_3^2 + x_3x_2^2$ lesz.

Ebben például $x_1x_2^2$ nem szerepel: nem azonos az eredetivel.

Az elemi szimmetrikus polinomok szimmetrikusak.

A hatványösszeg: $x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$ szimmetrikus polinom.

Az általános négyzetösszeg

Állítás

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2,$$

Az általános négyzetösszeg

Állítás

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2, \text{ ahol}$$

$$\sigma_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

Az általános négyzetösszeg

Állítás

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2, \text{ ahol}$$

$$\sigma_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n \text{ és}$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_1x_n + \dots + x_{n-1}x_n.$$

Az általános négyzetösszeg

Állítás

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2, \text{ ahol}$$

$$\sigma_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n \text{ és}$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_1x_n + \dots + x_{n-1}x_n.$$

Bizonyítás

Mint $n = 3$ -ra, $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ négyzetre emelésével.

Az általános négyzetösszeg

Állítás

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2, \text{ ahol}$$

$$\sigma_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n \text{ és}$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_1x_n + \dots + x_{n-1}x_n.$$

Bizonyítás

Mint $n = 3$ -ra, $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ négyzetre emelésével.

A szimmetrikus polinomok alaptétele

Minden szimmetrikus polinom egyértelműen kifejezhető az elemi szimmetrikus polinomok segítségével.

Az általános négyzetösszeg

Állítás

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2, \text{ ahol}$$

$$\sigma_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n \text{ és}$$

$$\sigma_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_1x_n + \dots + x_{n-1}x_n.$$

Bizonyítás

Mint $n = 3$ -ra, $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ négyzetre emelésével.

A szimmetrikus polinomok alaptétele

Minden szimmetrikus polinom egyértelműen kifejezhető az elemi szimmetrikus polinomok segítségével.

Bizonyítás: Kiss-jegyzet, 2.7.3. Tétel.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2} \sigma_2^{m_2-m_3} \dots \sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n} \sigma_n^{m_n}$ -et.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2} \sigma_2^{m_2-m_3} \dots \sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n} \sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2} \sigma_2^{m_2-m_3} \dots \sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n} \sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2} \sigma_2^{m_2-m_3} \dots \sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n} \sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2} \sigma_2^{m_2-m_3} \dots \sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n} \sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3 x_2^0$,

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2} \sigma_2^{m_2-m_3} \dots \sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n} \sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3 x_2^0$, $m_1 = 3$,

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2} \sigma_2^{m_2-m_3} \dots \sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n} \sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3 x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2} \sigma_2^{m_2-m_3} \dots \sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n} \sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3 x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0} \sigma_2^0$ -t,

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2} \sigma_2^{m_2-m_3} \dots \sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n} \sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3 x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0} \sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1}x_2^{m_2}\dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2}\sigma_2^{m_2-m_3}\dots\sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n}\sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0}\sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

$$(x_1 + x_2)^3 =$$

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1}x_2^{m_2}\dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2}\sigma_2^{m_2-m_3}\dots\sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n}\sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0}\sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

$$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3.$$

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1}x_2^{m_2}\dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2}\sigma_2^{m_2-m_3}\dots\sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n}\sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0}\sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3$. Kivonva

$f(x_1, x_2) - (x_1 + x_2)^3 =$

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1}x_2^{m_2}\dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2}\sigma_2^{m_2-m_3}\dots\sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n}\sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0}\sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3$. Kivonva

$f(x_1, x_2) - (x_1 + x_2)^3 = -3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2$.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1}x_2^{m_2}\dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2}\sigma_2^{m_2-m_3}\dots\sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n}\sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0}\sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3$. Kivonva

$f(x_1, x_2) - (x_1 + x_2)^3 = -3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2$. Főtag: $-3x_1^2x_2$.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1}x_2^{m_2}\dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2}\sigma_2^{m_2-m_3}\dots\sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n}\sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0}\sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3$. Kivonva

$f(x_1, x_2) - (x_1 + x_2)^3 = -3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2$. Főtag: $-3x_1^2x_2$.

Ki kell vonni $-3\sigma_1^{2-1}\sigma_2^1$ -t,

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1}x_2^{m_2}\dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2}\sigma_2^{m_2-m_3}\dots\sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n}\sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0}\sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3$. Kivonva

$f(x_1, x_2) - (x_1 + x_2)^3 = -3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2$. Főtag: $-3x_1^2x_2$.

Ki kell vonni $-3\sigma_1^{2-1}\sigma_2^1$ -t, azaz $-3(x_1 + x_2)x_1x_2$ -t.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1}x_2^{m_2}\dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2}\sigma_2^{m_2-m_3}\dots\sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n}\sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0}\sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3$. Kivonva

$f(x_1, x_2) - (x_1 + x_2)^3 = -3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2$. Főtag: $-3x_1^2x_2$.

Ki kell vonni $-3\sigma_1^{2-1}\sigma_2^1$ -t, azaz $-3(x_1 + x_2)x_1x_2$ -t.

Az eredmény már **nulla**.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1}x_2^{m_2}\dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2}\sigma_2^{m_2-m_3}\dots\sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n}\sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0}\sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3$. Kivonva

$f(x_1, x_2) - (x_1 + x_2)^3 = -3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2$. Főtag: $-3x_1^2x_2$.

Ki kell vonni $-3\sigma_1^{2-1}\sigma_2^1$ -t, azaz $-3(x_1 + x_2)x_1x_2$ -t.

Az eredmény már **nulla**. Az eljárás véget ért.

Eljárás szimmetrikus polinomokkal való felírásra

Eljárás

Legyen $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ főtagja $rx_1^{m_1}x_2^{m_2}\dots x_n^{m_n}$.

Vonjuk ki f -ből $r\sigma_1^{m_1-m_2}\sigma_2^{m_2-m_3}\dots\sigma_{n-1}^{m_{n-1}-m_n}\sigma_n^{m_n}$ -et.

Ekkor az eredeti főtag kiesik. Ismételjük, amíg f el nem fogy.

Példa

Legyen $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$. A főtag $x_1^3x_2^0$, $m_1 = 3$, $m_2 = 0$.

Ki kell vonni $\sigma_1^{3-0}\sigma_2^0$ -t, azaz $(x_1 + x_2)^3$ -t.

$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 + x_2^3$. Kivonva

$f(x_1, x_2) - (x_1 + x_2)^3 = -3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2$. Főtag: $-3x_1^2x_2$.

Ki kell vonni $-3\sigma_1^{2-1}\sigma_2^1$ -t, azaz $-3(x_1 + x_2)x_1x_2$ -t.

Az eredmény már **nulla**. Az eljárás véget ért.

Végeredmény: $x_1^3 + x_2^3 = \sigma_1^3 - 3\sigma_1\sigma_2$.

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor
 $k_1 = m_1 - m_2$,

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor

$$k_1 = m_1 - m_2, k_2 = m_2 - m_3,$$

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor

$k_1 = m_1 - m_2, k_2 = m_2 - m_3, \dots, k_{n-1} = m_{n-1} - m_n,$

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor

$k_1 = m_1 - m_2, k_2 = m_2 - m_3, \dots, k_{n-1} = m_{n-1} - m_n, k_n = m_n$.

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor

$k_1 = m_1 - m_2, k_2 = m_2 - m_3, \dots, k_{n-1} = m_{n-1} - m_n, k_n = m_n$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.5. Gyakorlat)

Legyen az f szimmetrikus polinom főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor

$k_1 = m_1 - m_2, k_2 = m_2 - m_3, \dots, k_{n-1} = m_{n-1} - m_n, k_n = m_n$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.5. Gyakorlat)

Legyen az f szimmetrikus polinom főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

(1) Ekkor $m_1 \geq m_2 \geq \dots \geq m_n$.

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor

$k_1 = m_1 - m_2, k_2 = m_2 - m_3, \dots, k_{n-1} = m_{n-1} - m_n, k_n = m_n$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.5. Gyakorlat)

Legyen az f szimmetrikus polinom főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

- (1) Ekkor $m_1 \geq m_2 \geq \dots \geq m_n$.
- (2) Az f minden tagjában minden kitevő legfeljebb m_1 .

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor

$k_1 = m_1 - m_2, k_2 = m_2 - m_3, \dots, k_{n-1} = m_{n-1} - m_n, k_n = m_n$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.5. Gyakorlat)

Legyen az f szimmetrikus polinom főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

- (1) Ekkor $m_1 \geq m_2 \geq \dots \geq m_n$.
- (2) Az f minden tagjában minden kitevő legfeljebb m_1 .

(1) garantálja, hogy az eljárás végrehajtható

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor

$k_1 = m_1 - m_2, k_2 = m_2 - m_3, \dots, k_{n-1} = m_{n-1} - m_n, k_n = m_n$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.5. Gyakorlat)

Legyen az f szimmetrikus polinom főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

- (1) Ekkor $m_1 \geq m_2 \geq \dots \geq m_n$.
- (2) Az f minden tagjában minden kitevő legfeljebb m_1 .

(1) garantálja, hogy az eljárás végrehajtható ($m_j - m_{j+1} \geq 0$).

Az eljárás helyessége

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.4. Gyakorlat)

$\sigma_1^{k_1} \sigma_2^{k_2} \dots \sigma_n^{k_n}$ főtagja $x_1^{k_1+\dots+k_n} x_2^{k_2+\dots+k_n} \dots x_{n-1}^{k_{n-1}+k_n} x_n^{k_n}$.

Ha ez utóbbi $x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$, akkor

$k_1 = m_1 - m_2, k_2 = m_2 - m_3, \dots, k_{n-1} = m_{n-1} - m_n, k_n = m_n$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.5. Gyakorlat)

Legyen az f szimmetrikus polinom főtagja $rx_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

- (1) Ekkor $m_1 \geq m_2 \geq \dots \geq m_n$.
- (2) Az f minden tagjában minden kitevő legfeljebb m_1 .

- (1) garantálja, hogy az eljárás végrehajtható ($m_j - m_{j+1} \geq 0$).
- (2) garantálja, hogy véges sok lépésben véget ér.

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$$

ha $k \geq n$

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$$

ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$$

ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$$

ha $k \leq n$

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$$

ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$$

ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$$

ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$$

ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$:

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: s_2

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1$

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$.

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$.

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$:

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$: s_3

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$: $s_3 - \sigma_1 s_2$

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$: $s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1$

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - + \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$: $s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 - 3\sigma_3 = 0$.

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$: $s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 - 3\sigma_3 = 0$. Innen

$s_3 = \sigma_1 s_2 - \sigma_2 s_1 + 3\sigma_3$

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$: $s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 - 3\sigma_3 = 0$. Innen

$s_3 = \sigma_1 s_2 - \sigma_2 s_1 + 3\sigma_3 = \sigma_1(\sigma_1^2 - 2\sigma_2) - \sigma_2 \sigma_1 + 3\sigma_3 = \sigma_1^3 - 3\sigma_1 \sigma_2 + 3\sigma_3$

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$: $s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 - 3\sigma_3 = 0$. Innen

$s_3 = \sigma_1 s_2 - \sigma_2 s_1 + 3\sigma_3 = \sigma_1(\sigma_1^2 - 2\sigma_2) - \sigma_2 \sigma_1$

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$: $s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 - 3\sigma_3 = 0$. Innen

$s_3 = \sigma_1 s_2 - \sigma_2 s_1 + 3\sigma_3 = \sigma_1(\sigma_1^2 - 2\sigma_2) - \sigma_2 \sigma_1 + 3\sigma_3 =$

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
 ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
 ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$: $s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 - 3\sigma_3 = 0$. Innen

$s_3 = \sigma_1 s_2 - \sigma_2 s_1 + 3\sigma_3 = \sigma_1(\sigma_1^2 - 2\sigma_2) - \sigma_2 \sigma_1 + 3\sigma_3 =$
 $= \sigma_1^3 - 3\sigma_1 \sigma_2 + 3\sigma_3$.

A hatványösszegek előállítása

Állítás (Kiss-jegyzet, 2.7.8. Tétel)

Legyen $s_k(x_1, \dots, x_n) = x_1^k + x_2^k + \dots + x_n^k$.

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} s_{k-n+1} + (-1)^n \sigma_n s_{k-n} = 0$
ha $k \geq n$ (összesen $n + 1$ tag),

$s_k - \sigma_1 s_{k-1} + \sigma_2 s_{k-2} - \dots + (-1)^{k-1} \sigma_{k-1} s_1 + (-1)^k k \sigma_k = 0$
ha $k \leq n$ (összesen $k + 1$ tag).

Ezek a **Newton–Girard-formulák**.

Példa az alkalmazásukra

Ha $k = 2 \leq n$: $s_2 - \sigma_1 s_1 + 2\sigma_2 = 0$. Innen $s_2 = \sigma_1 s_1 - 2\sigma_2$.

De $s_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n = \sigma_1$. Így $s_2 = \sigma_1^2 - 2\sigma_2$.

Ha $k = 3 \leq n$: $s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 - 3\sigma_3 = 0$. Innen

$s_3 = \sigma_1 s_2 - \sigma_2 s_1 + 3\sigma_3 = \sigma_1(\sigma_1^2 - 2\sigma_2) - \sigma_2 \sigma_1 + 3\sigma_3 =$

$= \sigma_1^3 - 3\sigma_1 \sigma_2 + 3\sigma_3$. És így tovább, s_4, s_5, \dots is megkapható.

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

(1) $x_1^2 - \sigma_1 x_1 + \sigma_2 = 0$ és

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

(1) $x_1^2 - \sigma_1 x_1 + \sigma_2 = 0$ és

(2) $x_2^2 - \sigma_1 x_2 + \sigma_2 = 0.$

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

(1) $x_1^2 - \sigma_1 x_1 + \sigma_2 = 0$ és

(2) $x_2^2 - \sigma_1 x_2 + \sigma_2 = 0$.

Az (1)-et x_1 -gyel, a (2)-t x_2 -vel szorozva, és összeadva:

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

$$(1) \quad x_1^2 - \sigma_1 x_1 + \sigma_2 = 0 \text{ és}$$

$$(2) \quad x_2^2 - \sigma_1 x_2 + \sigma_2 = 0.$$

Az (1)-et x_1 -gyel, a (2)-t x_2 -vel szorozva, és összeadva:

$$(x_1^3 + x_2^3)$$

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

$$(1) \quad x_1^2 - \sigma_1 x_1 + \sigma_2 = 0 \text{ és}$$

$$(2) \quad x_2^2 - \sigma_1 x_2 + \sigma_2 = 0.$$

Az (1)-et x_1 -gyel, a (2)-t x_2 -vel szorozva, és összeadva:

$$(x_1^3 + x_2^3) - \sigma_1(x_1^2 + x_2^2)$$

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

$$(1) \quad x_1^2 - \sigma_1 x_1 + \sigma_2 = 0 \text{ és}$$

$$(2) \quad x_2^2 - \sigma_1 x_2 + \sigma_2 = 0.$$

Az (1)-et x_1 -gyel, a (2)-t x_2 -vel szorozva, és összeadva:

$$(x_1^3 + x_2^3) - \sigma_1(x_1^2 + x_2^2) + \sigma_2(x_1 + x_2) = 0.$$

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

$$(1) \quad x_1^2 - \sigma_1 x_1 + \sigma_2 = 0 \text{ és}$$

$$(2) \quad x_2^2 - \sigma_1 x_2 + \sigma_2 = 0.$$

Az (1)-et x_1 -gyel, a (2)-t x_2 -vel szorozva, és összeadva:

$$(x_1^3 + x_2^3) - \sigma_1(x_1^2 + x_2^2) + \sigma_2(x_1 + x_2) = 0. \text{ Azaz}$$

$$s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 = 0.$$

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

$$(1) \quad x_1^2 - \sigma_1 x_1 + \sigma_2 = 0 \text{ és}$$

$$(2) \quad x_2^2 - \sigma_1 x_2 + \sigma_2 = 0.$$

Az (1)-et x_1 -gyel, a (2)-t x_2 -vel szorozva, és összeadva:

$$(x_1^3 + x_2^3) - \sigma_1(x_1^2 + x_2^2) + \sigma_2(x_1 + x_2) = 0. \text{ Azaz}$$

$$s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 = 0.$$

Így általában is kijön az első Newton-Girard formula.

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

$$(1) \quad x_1^2 - \sigma_1 x_1 + \sigma_2 = 0 \text{ és}$$

$$(2) \quad x_2^2 - \sigma_1 x_2 + \sigma_2 = 0.$$

Az (1)-et x_1 -gyel, a (2)-t x_2 -vel szorozva, és összeadva:

$$(x_1^3 + x_2^3) - \sigma_1(x_1^2 + x_2^2) + \sigma_2(x_1 + x_2) = 0. \text{ Azaz}$$

$$s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 = 0.$$

Így általában is kijön az első Newton-Girard formula.

A második formulát (amikor $k < n$), nehezebb bizonyítani.

A bizonyítás ötlete

Speciális eset:

Tekintsük az $n = 2$ és $k = 3$ esetet.

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - \sigma_1 x + \sigma_2.$$

A bal oldalnak gyöke az x_1 és az x_2 is, ezért

$$(1) \quad x_1^2 - \sigma_1 x_1 + \sigma_2 = 0 \text{ és}$$

$$(2) \quad x_2^2 - \sigma_1 x_2 + \sigma_2 = 0.$$

Az (1)-et x_1 -gyel, a (2)-t x_2 -vel szorozva, és összeadva:

$$(x_1^3 + x_2^3) - \sigma_1(x_1^2 + x_2^2) + \sigma_2(x_1 + x_2) = 0. \text{ Azaz}$$

$$s_3 - \sigma_1 s_2 + \sigma_2 s_1 = 0.$$

Így általában is kijön az első Newton-Girard formula.

A második formulát (amikor $k < n$), nehezebb bizonyítani.

Lásd Kiss-jegyzet, 2.7. szakasz.