Algebra1, alapszint

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
ewkiss@cs.elte.hu

7. előadás

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.

A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.

Az értékek: tetszőleges $b_1, b_2, \ldots, b_n$ számok.

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.
Az értékek: tetszőleges $b_1, b_2, \ldots, b_n$ számok.
Azt szeretnénk: $f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.
Az értékek: tetszőleges $b_1, b_2, \ldots, b_n$ számok.
Azt szeretnénk: $f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Az interpoláció tétele

Mindig pontosan egy ilyen f polinom van a legfeljebb $n-1$-edfokú polinomok között (a nullapolinomot is ideértve).

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.
Az értékek: tetszőleges $b_1, b_2, \ldots, b_n$ számok.
Azt szeretnénk: $f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Az interpoláció tétele

Mindig pontosan egy ilyen f polinom van a legfeljebb $n-1$-edfokú polinomok között (a nullapolinomot is ideértve).

Egyértelműség

Ha f és g ilyen polinomok, akkor n helyen megegyeznek,

Az interpoláció alapproblémája

Feladat

Olyan polinomot keresünk, amely előre megadott helyeken előre megadott értékeket vesz fel.
A helyek: páronként különböző $a_1, a_2, \ldots, a_n$ számok.
Az értékek: tetszőleges $b_1, b_2, \ldots, b_n$ számok.
Azt szeretnénk: $f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Az interpoláció tétele

Mindig pontosan egy ilyen f polinom van a legfeljebb $n-1$-edfokú polinomok között (a nullapolinomot is ideértve).

Egyértelműség

Ha f és g ilyen polinomok, akkor n helyen megegyeznek, így a polinomok azonossági tétele miatt egyenlők.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet:

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1$,

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1$, $\ell_1(a_2) = 0$,

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ \dots, \ell_1(a_n) = 0$.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2) \ldots (x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1$, $\ell_1(a_2) = 0$, $\dots$, $\ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \dots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2) \dots (x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2) \dots (x - a_n)}{(a_1 - a_2) \dots (a_1 - a_n)} .$$

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}\ .$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2) \ldots (x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2) \ldots (x - a_n)}{(a_1 - a_2) \ldots (a_1 - a_n)} .$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$,

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \le j \le n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \ne j$).

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1$, $\ell_1(a_2) = 0$, $\ldots$, $\ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \le j \le n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \ne j$).
Jó lesz: $f(x) = b_1\ell_1(x) + b_2\ell_2(x) + \ldots + b_n\ell_n(x)$.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \le j \le n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \neq j$).
Jó lesz: $f(x) = b_1\ell_1(x) + b_2\ell_2(x) + \ldots + b_n\ell_n(x)$.
Például $f(a_1) = b_1\ell_1(a_1) + b_2\ell_2(a_1) + \ldots + b_n\ell_n(a_1)$

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ \dots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \dots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\dots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\dots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\dots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \le j \le n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \neq j$).
Jó lesz: $f(x) = b_1\ell_1(x) + b_2\ell_2(x) + \dots + b_n\ell_n(x)$.
Például $f(a_1) = b_1\ell_1(a_1) + b_2\ell_2(a_1) + \dots + b_n\ell_n(a_1) =$
$= b_1 \cdot 1 + b_2 \cdot 0 + \dots + b_n \cdot 0$

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \neq j$).
Jó lesz: $f(x) = b_1\ell_1(x) + b_2\ell_2(x) + \ldots + b_n\ell_n(x)$.
Például $f(a_1) = b_1\ell_1(a_1) + b_2\ell_2(a_1) + \ldots + b_n\ell_n(a_1) =$
$= b_1 \cdot 1 + b_2 \cdot 0 + \ldots + b_n \cdot 0 = b_1$.

Az interpolációs polinom létezése

Lagrange-interpoláció (Kiss-jegyzet, 2.4.12. Gyakorlat)

Keressünk először ilyet: $\ell_1(a_1) = 1, \ell_1(a_2) = 0, \ \ldots, \ell_1(a_n) = 0$.
Az ℓ_1 polinomnak tehát $a_2, \ldots, a_n$ gyöke.
Ezért legyen $\ell_1(x) = c(x - a_2)\ldots(x - a_n)$, ahol $c \in \mathbb{C}$.
A c értékét az a_1 behelyettesítésével határozhatjuk meg:

$$\ell_1(x) = \frac{(x - a_2)\ldots(x - a_n)}{(a_1 - a_2)\ldots(a_1 - a_n)}.$$

Analóg módon létezik $\ell_j(x)$ minden $2 \leq j \leq n$-re,
melyre $\ell_j(a_j) = 1$, és a többi a_k gyöke ℓ_j-nek (ha $k \neq j$).
Jó lesz: $f(x) = b_1\ell_1(x) + b_2\ell_2(x) + \ldots + b_n\ell_n(x)$.
Például $f(a_1) = b_1\ell_1(a_1) + b_2\ell_2(a_1) + \ldots + b_n\ell_n(a_1) =$
$= b_1 \cdot 1 + b_2 \cdot 0 + \ldots + b_n \cdot 0 = b_1$.
Hasonlóan látható, hogy $f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \dots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1$,

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1$, $f(a_2) = b_2$,

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény:

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \dots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \dots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \dots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \dots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos előlről kell kezdeni a számolást.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos elölről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos elölről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.
Az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken megfelelő f polinomhoz egy

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos elölről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.
Az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken megfelelő f polinomhoz egy

$$g(x) = c(x - a_1)(x - a_2) \ldots (x - a_n)$$

alakú korrekciós tagot adunk hozzá.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos elölről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.
Az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken megfelelő f polinomhoz egy

$$g(x) = c(x - a_1)(x - a_2)\ldots(x - a_n)$$

alakú korrekciós tagot adunk hozzá.
Ez nem rontja el az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken felvett értékeket.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos elölről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.
Az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken megfelelő f polinomhoz egy

$$g(x) = c(x - a_1)(x - a_2) \ldots (x - a_n)$$

alakú korrekciós tagot adunk hozzá.
Ez nem rontja el az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken felvett értékeket.
A c-t úgy választjuk, hogy az $f + g$ az a_{n+1} helyen is jó legyen.

Newton-interpoláció

A Lagrange-interpoláció hátránya

Képzeljük, hogy a $b_1, \ldots, b_n$ számok mérési eredmények.
Kiszámítjuk a Lagrange-féle interpolációs polinomot:
$f(a_1) = b_1$, $f(a_2) = b_2$, $\ldots$, $f(a_n) = b_n$.
Keletkezik egy új mérési eredmény: az a_{n+1} helyen b_{n+1}.
Ekkor sajnos elölről kell kezdeni a számolást.
A megoldás: a Newton-interpoláció.
Az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken megfelelő f polinomhoz egy

$$g(x) = c(x - a_1)(x - a_2)\ldots(x - a_n)$$

alakú korrekciós tagot adunk hozzá.
Ez nem rontja el az $a_1, \ldots, a_n$ helyeken felvett értékeket.
A c-t úgy választjuk, hogy az $f + g$ az a_{n+1} helyen is jó legyen.
A részleteket lásd: Kiss-jegyzet, 2.4.13. Gyakorlat.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\ldots(x-b_n)$ alakban,

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n = 2$, akkor $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0=a_2(x-b_1)(x-b_2)$.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) =$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0=a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2)=x^2-(b_1+b_2)x$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\ldots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0=a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2)=x^2-(b_1+b_2)x+b_1b_2$.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0=a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2)=x^2-(b_1+b_2)x+b_1b_2$.
Tehát $f(x)=a_2(x-b_1)(x-b_2)=$

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\ldots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója.
Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0=a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2)=x^2-(b_1+b_2)x+b_1b_2$.
Tehát $f(x)=a_2(x-b_1)(x-b_2)=a_2x^2-a_2(b_1+b_2)x+a_2b_1b_2$.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.
Tehát $f(x) = a_2(x-b_1)(x-b_2) = a_2x^2 - a_2(b_1+b_2)x + a_2b_1b_2$.

Két polinom akkor egyenlő, ha a megfelelő együtthatóik rendre megegyeznek.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0=a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2)=x^2-(b_1+b_2)x+b_1b_2$.
Tehát $f(x)=a_2(x-b_1)(x-b_2)=a_2x^2-a_2(b_1+b_2)x+a_2b_1b_2$.
Ezért $-a_2(b_1+b_2)=a_1$

Két polinom akkor egyenlő, ha a megfelelő együtthatóik rendre megegyeznek.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0=a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2)=x^2-(b_1+b_2)x+b_1b_2$.
Tehát $f(x)=a_2(x-b_1)(x-b_2)=a_2x^2-a_2(b_1+b_2)x+a_2b_1b_2$.
Ezért $-a_2(b_1+b_2)=a_1$ és $a_2b_1b_2=a_0$.

Két polinom akkor egyenlő, ha a megfelelő együtthatóik rendre megegyeznek.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2) = x^2 - (b_1+b_2)x + b_1b_2$.
Tehát $f(x) = a_2(x-b_1)(x-b_2) = a_2x^2 - a_2(b_1+b_2)x + a_2b_1b_2$.
Ezért $-a_2(b_1+b_2) = a_1$ és $a_2b_1b_2 = a_0$.
Innen $b_1 + b_2 = -a_1/a_2$

Két polinom akkor egyenlő, ha a megfelelő együtthatóik rendre megegyeznek.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0=a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2)=x^2-(b_1+b_2)x+b_1b_2$.
Tehát $f(x)=a_2(x-b_1)(x-b_2)=a_2x^2-a_2(b_1+b_2)x+a_2b_1b_2$.
Ezért $-a_2(b_1+b_2)=a_1$ és $a_2b_1b_2=a_0$.
Innen $b_1+b_2=-a_1/a_2$ és $b_1b_2=a_0/a_2$.

Két polinom akkor egyenlő, ha a megfelelő együtthatóik rendre megegyeznek.

A gyöktényezős alak beszorzása

Az algebra alaptételének következménye

Minden n-edfokú komplex együtthatós f polinom fölírható $c(x-b_1)\dots(x-b_n)$ alakban, ahol c az f főegyütthatója. Ez az f polinom gyöktényezős alakja.

Példa

Ha $n=2$, akkor $f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0=a_2(x-b_1)(x-b_2)$.
De $(x-b_1)(x-b_2)=x^2-(b_1+b_2)x+b_1b_2$.
Tehát $f(x)=a_2(x-b_1)(x-b_2)=a_2x^2-a_2(b_1+b_2)x+a_2b_1b_2$.
Ezért $-a_2(b_1+b_2)=a_1$ és $a_2b_1b_2=a_0$.
Innen $b_1+b_2=-a_1/a_2$ és $b_1b_2=a_0/a_2$.
Ez a gyökök és együtthatók összefüggése, ha $n=2$.

Két polinom akkor egyenlő, ha a megfelelő együtthatóik rendre megegyeznek.

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3).$$

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk,

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.

x^3

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:

x^3

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2$

x^3

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$- b_1x^2 - b_2x^2$

x^3

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.

x^3

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.

$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2$

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:

$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2$

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
b_1b_2x

$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2$

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
$b_1b_2x + b_1b_3x$

$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2$

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
$b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.

$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2$

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
$b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.

$$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x$$

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
$b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki:
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x$

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
$b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x$

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
$b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x - b_1b_2b_3$.

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
$b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x - b_1b_2b_3$.
A gyökök és együtthatók összefüggése:

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
$b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x - b_1b_2b_3$.
A gyökök és együtthatók összefüggése: $b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3$,

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
$b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x - b_1b_2b_3$.
A gyökök és együtthatók összefüggése: $b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3$,
$b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3 = a_1/a_3$,

A harmadfokú polinomok esete

Példa

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = a_3(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$.
Mi lesz $(x - b_1)(x - b_2)(x - b_3)$ beszorzott alakja?
Mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,
ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
Ha mindhárom zárójelből az x-et vesszük ki: x^3.
Ha két zárójelből veszünk ki x-et, akkor 3 tag keletkezik:
$-b_1x^2 - b_2x^2 - b_3x^2$.
Ha egy zárójelből veszünk ki x-et, akkor is 3 tag keletkezik:
$b_1b_2x + b_1b_3x + b_2b_3x$.
Végül ha egyik zárójelből sem az x-et vesszük ki: $-b_1b_2b_3$.
$x^3 - (b_1 + b_2 + b_3)x^2 + (b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3)x - b_1b_2b_3$.
A gyökök és együtthatók összefüggése: $b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3$,
$b_1b_2 + b_1b_3 + b_2b_3 = a_1/a_3$, $\quad b_1b_2b_3 = -a_0/a_3$.

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) =?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer,

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) =?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) =?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$.

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 =$

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, b_1b_2, b_1b_3, b_2b_3 mind kétszer keletkezik.
Például b_2b_3 úgy is, mint b_3b_2. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)$

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) =?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3$

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.
$b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3 = a_1/a_3$

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.
$b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3 = a_1/a_3 = 3/5$.

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.

b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.

Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:

$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.

$(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.

$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.

$b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3 = a_1/a_3 = 3/5$.

$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2$

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.
$b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3 = a_1/a_3 = 3/5$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (2/5)^2 - 2(3/5)$

A négyzetösszeg

Feladat

Állapítsuk meg az $5x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ polinom komplex gyökeinek a négyzetösszegét.

Megoldás

$(b_1 + b_2 + b_3)(b_1 + b_2 + b_3) = ?$ Az első zárójelből minden tagot megszorzunk a második zárójelbeli minden taggal.
b_1^2, b_2^2, b_3^2 egyszer, $b_1 b_2$, $b_1 b_3$, $b_2 b_3$ mind kétszer keletkezik.
Például $b_2 b_3$ úgy is, mint $b_3 b_2$. Az eredmény:
$(b_1 + b_2 + b_3)^2 = (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) + 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) = (b_1 + b_2 + b_3)^2 - 2(b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3)$.
$b_1 + b_2 + b_3 = -a_2/a_3 = -(-2)/5$.
$b_1 b_2 + b_1 b_3 + b_2 b_3 = a_1/a_3 = 3/5$.
$b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 = (2/5)^2 - 2(3/5) = -26/25$.

Az általános eset

Állítás

$$(x - b_1) \dots (x - b_n) = x^n$$

Az általános eset

Állítás

$(x - b_1)\dots(x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1}$

Az általános eset

Állítás

$(x - b_1) \ldots (x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1}$

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \ldots + b_n$

Az általános eset

Állítás

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2}$

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

Az általános eset

Állítás

$$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2}$$

$$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$$

$$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$$

Az általános eset

Állítás

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$

Az általános eset

Állítás

$(x - b_1) \ldots (x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \ldots + (-1)^n \sigma_n$:

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \ldots + b_n$

$\sigma_2 = b_1 b_2 + \ldots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \ldots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,

$\sigma_n = b_1 b_2 \ldots b_n$.

Az általános eset

Állítás

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon,

Az általános eset

Állítás

$(x - b_1)\dots(x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,

$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.

σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Az általános eset

Állítás

$(x - b_1) \dots (x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,

$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.

σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk,

Az általános eset

Állítás

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,

$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.

σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk, ezeket összeszorozzuk,

Az általános eset

Állítás

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:

$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,

$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.

σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

Az általános eset

Állítás

$(x - b_1)\ldots(x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \ldots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \ldots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \ldots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \ldots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \ldots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
x^{n-k}-s tag úgy keletkezik, hogy $n - k$ zárójelből x-et,

Az általános eset

Állítás

$(x-b_1)\dots(x-b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
x^{n-k}-s tag úgy keletkezik, hogy $n-k$ zárójelből x-et, a többi k zárójelből valamelyik $-b_j$-t vesszük ki.

Az általános eset

Állítás

$(x - b_1)\dots(x - b_n) = x^n - \sigma_1 x^{n-1} + \sigma_2 x^{n-2} - + \dots + (-1)^n \sigma_n$:
$\sigma_1 = b_1 + b_2 + \dots + b_n$
$\sigma_2 = b_1 b_2 + \dots + b_1 b_n + b_2 b_3 + \dots + b_{n-1} b_n$, és így tovább,
$\sigma_n = b_1 b_2 \dots b_n$.
σ_k úgy keletkezik, hogy k darab különböző b_i-t összeszorzunk az összes lehetséges módon, és az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

Bizonyítás

Beszorzáskor mindegyik zárójelből egy-egy tagot kiveszünk, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.
x^{n-k}-s tag úgy keletkezik, hogy $n - k$ zárójelből x-et, a többi k zárójelből valamelyik $-b_j$-t vesszük ki.
Ezért x^{n-k} együtthatója $(-1)^k \sigma_k$ lesz. $\square$

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$:

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül,

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \dots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \dots, b_n$ közül, az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk. (Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

Tétel (Kiss-jegyzet, 2.5.9. Következmény)

Legyen $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n = a_n(x - b_1) \ldots (x - b_n)$.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

Tétel (Kiss-jegyzet, 2.5.9. Következmény)

Legyen $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_nx^n = a_n(x - b_1)\ldots(x - b_n)$.
Ekkor $0 \leq k \leq n$ esetén $a_k = a_n(-1)^{n-k}\sigma_{n-k}(b_1, \ldots, b_n)$,

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

Tétel (Kiss-jegyzet, 2.5.9. Következmény)

Legyen $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_nx^n = a_n(x - b_1)\ldots(x - b_n)$.
Ekkor $0 \leq k \leq n$ esetén $a_k = a_n(-1)^{n-k}\sigma_{n-k}(b_1, \ldots, b_n)$,

Az $(x - b_1)\ldots(x - b_n)$ beszorzott alakjából következik.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk. (Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

Tétel (Kiss-jegyzet, 2.5.9. Következmény)

Legyen $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n = a_n(x - b_1) \ldots (x - b_n)$. Ekkor $0 \leq k \leq n$ esetén $a_k = a_n(-1)^{n-k}\sigma_{n-k}(b_1, \ldots, b_n)$, így

$$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n) = (-1)^k a_{n-k}/a_n\,.$$

Az $(x - b_1) \ldots (x - b_n)$ beszorzott alakjából következik.

A gyökök és együtthatók összefüggése

Definíció

$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n)$: az összes lehetséges módon összeszorzunk k különbözőt $b_1, \ldots, b_n$ közül, az $\binom{n}{k}$ szorzatot összeadjuk.
(Megállapodás: $\sigma_0 = 1$ és $\sigma_k = 0$ ha $k > n$.)
Elnevezés: elemi szimmetrikus polinom.
Többhatározatlanú polinomok: lásd később.

Tétel (Kiss-jegyzet, 2.5.9. Következmény)

Legyen $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n = a_n(x - b_1) \ldots (x - b_n)$.
Ekkor $0 \leq k \leq n$ esetén $a_k = a_n(-1)^{n-k}\sigma_{n-k}(b_1, \ldots, b_n)$, így

$$\sigma_k(b_1, \ldots, b_n) = (-1)^k a_{n-k}/a_n\,.$$

Ez a gyökök és együtthatók összefüggése.

Az $(x - b_1) \ldots (x - b_n)$ beszorzott alakjából következik.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból,

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ **határozatlanokból** (változókból) készül ismételt összeadás,

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \dots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.
A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.
A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk.
Az eredmény: $2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.
A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk.
Az eredmény: $2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$.

Definíció-kísérlet

$\sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$,

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.
A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk.
Az eredmény: $2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$.

Definíció-kísérlet

$\sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$, ahol $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} \in \mathbb{C}$.

A többhatározatlanú polinom szemléletes fogalma

Meta-definíció

Többhatározatlanú polinomnak nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ határozatlanokból (változókból) készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Példa

$(x_1 + ix_2)(2x_2 - x_1^3)$ egy kéthatározatlanú polinom.
A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk.
Az eredmény: $2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$.

Definíció-kísérlet

$\sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$, ahol $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} \in \mathbb{C}$.

Kényelmesebb a következő:

A többhatározatlanú polinom definíciója

$$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2.$$

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint:

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint:
$(2i)x_2^2$

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint:
$(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2$

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint:
$(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$.

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai. Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).
Ezek halmazát $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jelöli.

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).
Ezek halmazát $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jelöli.
Példák: $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{C}[y_1, y_2]$,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.

Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).

Ezek halmazát $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jelöli.

Példák: $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{C}[y_1, y_2]$, sőt, $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{Z}[y_1, y_2]$,

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).
Ezek halmazát $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jelöli.
Példák: $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{C}[y_1, y_2]$, sőt, $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{Z}[y_1, y_2]$, mert minden együttható egész.

A többhatározatlanú polinom definíciója

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$. Rendezzük x_2 szerint: $(2i)x_2^2 + (2x_1 - ix_1^3)x_2 - x_1^4$. Ez x_2-nek másodfokú polinomja, ahol az együtthatók x_1-nek polinomjai.

Definíció

Az x_1 és x_2 határozatlanok polinomjának nevezzük az $f(x) = a_0 + a_1x_2 + a_2x_2^2 + \ldots + a_mx_2^m$ formális kifejezéseket, ahol $m \geq 0$ egész, és $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1]$ az x_1 polinomjai.
Általában az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ polinomjai az $f(x) = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \ldots + a_mx_n^m$ formális kifejezések, ahol $a_0, \ldots, a_m \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$ (rekurzív definíció).
Ezek halmazát $\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ jelöli.
Példák: $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{C}[y_1, y_2]$, sőt, $y_1^2 + y_2^3 \in \mathbb{Z}[y_1, y_2]$, mert minden együttható egész. Ugyanígy $z_1 - \pi z_2^2 z_3 \in \mathbb{R}[z_1, z_2, z_3]$.

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét,

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \dots, x_{n-1}]$ elemei.

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \dots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots + a_m x_n^m$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$
\begin{aligned}
f &= a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m \\
g &= b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m \,.
\end{aligned}
$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$

$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m .$$

E polinomok összege

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \dots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m \,.$$

E polinomok összege

$$(f + g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1) x_n + \ldots + (a_m + b_m) x_n^m$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m\,.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x_n + \ldots + (a_m + b_m)x_n^m$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m \, .$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f+g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1) x_n + \ldots + (a_m + b_m) x_n^m$$
$$(f-g) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1) x_n + \ldots + (a_m - b_m) x_n^m \, .$$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m\,.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f+g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x_n + \ldots + (a_m + b_m)x_n^m$$
$$(f-g) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x_n + \ldots + (a_m - b_m)x_n^m\,.$$

Definíció

$(a_0 + a_1 x_n + \ldots + a_m x_n^m)$

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m \,.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f+g) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x_n + \ldots + (a_m + b_m)x_n^m$$
$$(f-g) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x_n + \ldots + (a_m - b_m)x_n^m \,.$$

Definíció

$(a_0 + a_1 x_n + \ldots + a_m x_n^m)(b_0 + b_1 x_n + \ldots + b_\ell x_n^\ell)$-ben x_n^k együtthatója legyen

Összeadás, kivonás, szorzás

Az n-határozatlanú polinomok összegét, különbségét, szorzatát ugyanúgy definiáljuk, mint az egyhatározatlanúakét, de most az együtthatók $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_{n-1}]$ elemei.

Definíció

$$f = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \ldots + a_m x_n^m$$
$$g = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + \ldots + b_m x_n^m\,.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f+g) = (a_0+b_0) + (a_1+b_1)x_n + \ldots + (a_m+b_m)x_n^m$$
$$(f-g) = (a_0-b_0) + (a_1-b_1)x_n + \ldots + (a_m-b_m)x_n^m\,.$$

Definíció

$(a_0 + a_1 x_n + \ldots + a_m x_n^m)(b_0 + b_1 x_n + \ldots + b_\ell x_n^\ell)$-ben x_n^k együtthatója legyen $c_k = a_0 b_k + a_1 b_{k-1} + \ldots + a_k b_0$.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás)

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \dots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \dots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_k \neq 0)$,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_k \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_k \neq 0)$, $g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_k \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m$,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_k \neq 0)$, $g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell$

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_k \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_k \neq 0)$, $g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.
$fg = a_m b_\ell x_n^{m+\ell} + \ldots$

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_k \neq 0)$, $\quad g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.
$fg = a_m b_\ell x_n^{m+\ell} + \ldots$ (ahogy az egyváltozós esetben).

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_k \neq 0)$, $g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.
$fg = a_m b_\ell x_n^{m+\ell} + \ldots$ (ahogy az egyváltozós esetben).
Az indukciós feltevés miatt $a_m b_\ell \neq 0$,

Nullosztómentesség

A többhatározatlanú polinomok számolási szabályai (asszociativitás, kommutativitás, disztributivitás) ugyanazok, mint az egyhatározatlanú esetben.

Tétel

$\mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ nullosztómentes:
$fg = 0$ csak akkor teljesül, ha $f = 0$ vagy $g = 0$.

Bizonyítás (vázlat)

n szerinti teljes indukcióval. $n = 1$-re tudjuk. Ha $f \neq 0 \neq g$:
$f = a_0 + \ldots + a_m x_n^m$ $(a_k \neq 0)$, $g = b_0 + \ldots + b_\ell x_n^\ell$ $(b_\ell \neq 0)$.
Itt $a_0, \ldots, a_m, b_0, \ldots, b_\ell \in \mathbb{C}[x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}]$.
$fg = a_m b_\ell x_n^{m+\ell} + \ldots$ (ahogy az egyváltozós esetben).
Az indukciós feltevés miatt $a_m b_\ell \neq 0$, így $fg \neq 0$. □

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \dots, x_n) = \sum r_{m_1, m_2, \dots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1, m_2, \ldots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1, m_2, \ldots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1, m_2, \ldots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1, m_2, \ldots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) =$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 =$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1,\ldots,x_n)=\sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n}x_1^{m_1}x_2^{m_2}\ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n}x_1^{m_1}x_2^{m_2}\ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1+\ldots+m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1,x_2)=2x_1x_2-x_1^4+2ix_2^2-ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4)=4=\mathrm{gr}(x_1^3x_2)$,

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) =$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 =$

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 = \mathrm{gr}(x_2^2)$.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1, m_2, \ldots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1, m_2, \ldots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$ foka 4:
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 = \mathrm{gr}(x_2^2)$.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \dots, x_n) = \sum r_{m_1, m_2, \dots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1, m_2, \dots, m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \dots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$ foka 4:
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 = \mathrm{gr}(x_2^2)$.

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú,

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$ foka 4:
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 = \mathrm{gr}(x_2^2)$.

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Fokszám

Definíció

Legyen $f(x_1, \ldots, x_n) = \sum r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$.
Az $r_{m_1,m_2,\ldots,m_n} x_1^{m_1} x_2^{m_2} \ldots x_n^{m_n}$ tag foka $m_1 + \ldots + m_n$.
Az f foka a nem nulla tagok fokai közül a legnagyobb.
Jelölés: $\mathrm{gr}(f)$.

Példa

$f(x_1, x_2) = 2x_1x_2 - x_1^4 + 2ix_2^2 - ix_1^3x_2$ foka 4:
$\mathrm{gr}(x_1^4) = 4 = \mathrm{gr}(x_1^3x_2)$, de $\mathrm{gr}(x_1x_2) = 2 = \mathrm{gr}(x_2^2)$.

Definíció

Egy polinom homogén k-adfokú, ha minden tagjának foka k.

Minden polinom egyértelműen előáll homogén polinomok összegeként.

Szorzat foka

Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak:

Szorzat foka

Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak: $\mathrm{gr}(fg) = \mathrm{gr}(f) + \mathrm{gr}(g)$.

Szorzat foka

Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak: $\mathrm{gr}(fg) = \mathrm{gr}(f) + \mathrm{gr}(g)$.

Bizonyítás

Lásd Kiss-jegyzet, 2.6.3. Gyakorlat.

Szorzat foka

Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak: $\mathrm{gr}(fg) = \mathrm{gr}(f) + \mathrm{gr}(g)$.

Bizonyítás

Lásd Kiss-jegyzet, 2.6.3. Gyakorlat.

Házi feladat

Egy $f \in \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomnak pontosan akkor van reciproka a $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomjai között,

Szorzat foka

Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak: $\mathrm{gr}(fg) = \mathrm{gr}(f) + \mathrm{gr}(g)$.

Bizonyítás

Lásd Kiss-jegyzet, 2.6.3. Gyakorlat.

Házi feladat

Egy $f \in \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomnak pontosan akkor van reciproka a $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomjai között, ha nem nulla konstans

Szorzat foka

Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak: $\mathrm{gr}(fg) = \mathrm{gr}(f) + \mathrm{gr}(g)$.

Bizonyítás

Lásd Kiss-jegyzet, 2.6.3. Gyakorlat.

Házi feladat

Egy $f \in \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomnak pontosan akkor van reciproka a $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomjai között, ha nem nulla konstans (azaz foka nulla).

Szorzat foka

Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak: $\mathrm{gr}(fg) = \mathrm{gr}(f) + \mathrm{gr}(g)$.

Bizonyítás

Lásd Kiss-jegyzet, 2.6.3. Gyakorlat.

Házi feladat

Egy $f \in \mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomnak pontosan akkor van reciproka a $\mathbb{C}[x_1, \ldots, x_n]$ polinomjai között, ha nem nulla konstans (azaz foka nulla).

Lásd Kiss-jegyzet, 2.6.2. Állítás.