

# Algebra1, alapszint

## ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil  
ewkiss@cs.elte.hu

### 5. előadás

# Számolás formális kifejezésekkel

## Feladat

Oldjuk meg az  $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x$  egyenletet.

# Számolás formális kifejezésekkel

## Feladat

Oldjuk meg az  $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x$  egyenletet.

## Megoldás

$x + 1$ -gyel átszorozva  $x^2 + x + 1 = x^2 + x$ .

# Számolás formális kifejezésekkel

## Feladat

Oldjuk meg az  $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x$  egyenletet.

## Megoldás

$x + 1$ -gyel átszorozva  $x^2 + x + 1 = x^2 + x$ . Innen  $1 = 0$ .

# Számolás formális kifejezésekkel

## Feladat

Oldjuk meg az  $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x$  egyenletet.

## Megoldás

$x + 1$ -gyel átszorozva  $x^2 + x + 1 = x^2 + x$ . Innen  $1 = 0$ .  
Ez ellentmondás, így az egyenletnek nincs megoldása.

# Számolás formális kifejezésekkel

## Feladat

Oldjuk meg az  $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x$  egyenletet.

## Megoldás

$x + 1$ -gyel átszorozva  $x^2 + x + 1 = x^2 + x$ . Innen  $1 = 0$ .  
Ez ellentmondás, így az egyenletnek nincs megoldása.

## Megjegyzés

Tehát semmilyen  $x$  számra nem igazak a fenti egyenlőségek.

# Számolás formális kifejezésekkel

## Feladat

Oldjuk meg az  $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x$  egyenletet.

## Megoldás

$x + 1$ -gyel átszorozva  $x^2 + x + 1 = x^2 + x$ . Innen  $1 = 0$ .  
Ez ellentmondás, így az egyenletnek nincs megoldása.

## Megjegyzés

Tehát semmilyen  $x$  számra nem igazak a fenti egyenlőségek.  
Mégis helyesnek éreztük a fenti átalakítást.

# Számolás formális kifejezésekkel

## Feladat

Oldjuk meg az  $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x$  egyenletet.

## Megoldás

$x + 1$ -gyel átszorozva  $x^2 + x + 1 = x^2 + x$ . Innen  $1 = 0$ .  
Ez ellentmondás, így az egyenletnek nincs megoldása.

## Megjegyzés

Tehát semmilyen  $x$  számra nem igazak a fenti egyenlőségek.  
Mégis helyesnek éreztük a fenti átalakítást.

**Formálisan** számoltunk az  $x$ -et tartalmazó kifejezésekkel,



# Számolás formális kifejezésekkel

## Feladat

Oldjuk meg az  $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x$  egyenletet.

## Megoldás

$x + 1$ -gyel átszorozva  $x^2 + x + 1 = x^2 + x$ . Innen  $1 = 0$ .  
Ez ellentmondás, így az egyenletnek nincs megoldása.

## Megjegyzés

Tehát semmilyen  $x$  számra nem igazak a fenti egyenlőségek.  
Mégis helyesnek éreztük a fenti átalakítást.

**Formálisan** számoltunk az  $x$ -et tartalmazó kifejezésekkel,  
korábban megtanult átalakítási szabályok szerint.

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból,

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás,

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével.

Az  $x$  neve **határozatlan**



# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$i$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$ix$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$ix \quad x$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$$ix \quad x^2$$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$$(ix - x^2)$$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$$(ix - x^2) x$$



# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$$(ix - x^2) x \quad 23$$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$$(ix - x^2)(x - 23)$$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$$(ix - x^2)(x - 23) + 2x - 7$$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$$((ix - x^2)(x - 23) + 2x - 7)^2$$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$$((ix - x^2)(x - 23) + 2x - 7)^2 + 43x^3 - 8$$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$((ix - x^2)(x - 23) + 2x - 7)^2 + 43x^3 - 8$  egy polinom.

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$((ix - x^2)(x - 23) + 2x - 7)^2 + 43x^3 - 8$  egy polinom.

A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk,

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$((ix - x^2)(x - 23) + 2x - 7)^2 + 43x^3 - 8$  egy polinom.

A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk, majd  $x$  hatványai szerint rendezhetünk. Az eredmény:



# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$((ix - x^2)(x - 23) + 2x - 7)^2 + 43x^3 - 8$  egy polinom.

A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk, majd  $x$  hatványai szerint rendezhetünk. Az eredmény:  
 $x^6 - (46 + 2i)x^5 + (524 + 92i)x^4 + (195 - 1054i)x^3 - (847 + 106i)x^2 - (28 - 322i)x + 41.$

# A polinom szemléletes fogalma

## Meta-definíció

**Polinomnak** nevezünk egy olyan formális kifejezést, amely (komplex) számokból, és az  $x$  betűből készül ismételt összeadás, kivonás és szorzás segítségével. Az  $x$  neve **határozatlan** (vagy **változó**).

## Példa

$((ix - x^2)(x - 23) + 2x - 7)^2 + 43x^3 - 8$  egy polinom.

A zárójeleket a disztributivitás segítségével felbonthatjuk, majd  $x$  hatványai szerint rendezhetünk. Az eredmény:  
 $x^6 - (46 + 2i)x^5 + (524 + 92i)x^4 + (195 - 1054i)x^3 - (847 + 106i)x^2 - (28 - 322i)x + 41$ . (MAPLE program!)

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket,

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket,  
ahol  $n \geq 0$  egész szám

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket,  
ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok. Az  $x$  neve **határozatlan**.

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok. Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**,

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok. Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ .



# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok. Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az  $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok. Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek ( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek ( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$$x^2 - 1$$

$$x^3 - 1$$

és

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket,  
ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**,  
az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek  
( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$$x^2 - 1 = 0 \cdot x^3$$

$$x^3 - 1$$

és

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek ( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$$x^2 - 1 = 0 \cdot x^3$$

$$x^3 - 1 = 1 \cdot x^3$$

és

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek ( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$$x^2 - 1 = 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2$$

$$x^3 - 1 = 1 \cdot x^3$$

és

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek ( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$$x^2 - 1 = 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2$$

$$x^3 - 1 = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2$$

és



# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket,  
ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**,  
az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek  
( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$$x^2 - 1 = 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x \quad \text{és}$$

$$x^3 - 1 = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2$$

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek ( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$$x^2 - 1 = 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x \quad \text{és}$$

$$x^3 - 1 = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x$$

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek ( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$$x^2 - 1 = 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + (-1) \text{ és}$$

$$x^3 - 1 = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x$$

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek ( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$$x^2 - 1 = 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + (-1) \text{ és}$$

$$x^3 - 1 = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + (-1)$$

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek ( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$$x^2 - 1 = 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + (-1) \text{ és}$$

$$x^3 - 1 = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + (-1) \text{ nem egyenlők,}$$

# A polinom definíciója

## Kényelmes definíció

**Egyhatározatlanú polinomnak** nevezzük az

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  formális kifejezéseket, ahol  $n \geq 0$  egész szám és  $a_0, \dots, a_n$  komplex számok.

Az  $x$  neve **határozatlan**. Az  $a_jx^j$  a polinom egy **tagja**, az  $x^j$  **együtthatója**  $a_j$ . Az  $a_0 = a_0x^0$  a **konstans tag**.

## Fontos!

Két polinom akkor **egyenlő**, ha együtthatóik megegyeznek ( $x^j$  együtthatója ugyanaz a két polinomban minden  $j \geq 0$ -ra).

$x^2 - 1 = 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + (-1)$  és

$x^3 - 1 = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + (-1)$  nem egyenlők,

mert például az  $x^3$  együtthatója más a két polinomban.

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla.

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.



# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén,

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ).

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ). Ezek a **konstans** polinomok.

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ). Ezek a **konstans** polinomok.

$\mathbb{C}[x]$ : a **komplex** együtthatós polinomok halmazának jele.

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ). Ezek a **konstans** polinomok.

$\mathbb{C}[x]$ : a **komplex** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{R}[x]$ : a **valós** együtthatós polinomok halmazának jele.

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ). Ezek a **konstans** polinomok.

$\mathbb{C}[x]$ : a **komplex** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{R}[x]$ : a **valós** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Q}[x]$ : a **racionális** együtthatós polinomok halmazának jele.

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ). Ezek a **konstans** polinomok.

$\mathbb{C}[x]$ : a **komplex** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{R}[x]$ : a **valós** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Q}[x]$ : a **racionális** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Z}[x]$ : az **egész** együtthatós polinomok halmazának jele.



# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ). Ezek a **konstans** polinomok.

$\mathbb{C}[x]$ : a **komplex** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{R}[x]$ : a **valós** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Q}[x]$ : a **racióális** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Z}[x]$ : az **egész** együtthatós polinomok halmazának jele.

A határozatlan jele más is lehet:

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ). Ezek a **konstans** polinomok.

$\mathbb{C}[x]$ : a **komplex** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{R}[x]$ : a **valós** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Q}[x]$ : a **racióális** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Z}[x]$ : az **egész** együtthatós polinomok halmazának jele.

A határozatlan jele más is lehet:  $\mathbb{R}[y]$ ,

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ). Ezek a **konstans** polinomok.

$\mathbb{C}[x]$ : a **komplex** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{R}[x]$ : a **valós** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Q}[x]$ : a **racióális** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Z}[x]$ : az **egész** együtthatós polinomok halmazának jele.

A határozatlan jele más is lehet:  $\mathbb{R}[y]$ ,  $\mathbb{Z}[u]$ .

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ). Ezek a **konstans** polinomok.

$\mathbb{C}[x]$ : a **komplex** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{R}[x]$ : a **valós** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Q}[x]$ : a **racióális** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Z}[x]$ : az **egész** együtthatós polinomok halmazának jele.

A határozatlan jele más is lehet:  $\mathbb{R}[y]$ ,  $\mathbb{Z}[u]$ .

**Példa:**  $\pi y^2 + 3 \in \mathbb{R}[y]$ ,

# A nullapolinom

## Definíció

A **nullapolinom** az a polinom, amelynek minden együtthatója nulla. Ugyanúgy  $0$  jelöli, mint a  $0$  számot.

Minden  $c$  komplex számot polinomnak tekintünk (amelyben  $x^j$  együtthatója nulla minden  $j \geq 1$  esetén, konstans tagja pedig  $c$ ). Ezek a **konstans** polinomok.

$\mathbb{C}[x]$ : a **komplex** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{R}[x]$ : a **valós** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Q}[x]$ : a **racióális** együtthatós polinomok halmazának jele.

$\mathbb{Z}[x]$ : az **egész** együtthatós polinomok halmazának jele.

A határozatlan jele más is lehet:  $\mathbb{R}[y]$ ,  $\mathbb{Z}[u]$ .

**Példa:**  $\pi y^2 + 3 \in \mathbb{R}[y]$ , de  $\pi y^2 + 3 \notin \mathbb{Q}[y]$ .

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n =$$

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} & a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \\ & = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \end{aligned}$$



# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} & a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \\ & = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + 0 \cdot x^{n+1} \end{aligned}$$

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} & a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \\ & = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + 0 \cdot x^{n+1} + 0 \cdot x^{n+2} \end{aligned}$$

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} & a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \\ & = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + 0 \cdot x^{n+1} + 0 \cdot x^{n+2} + \dots \end{aligned}$$

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n &= \\ = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + 0 \cdot x^{n+1} + 0 \cdot x^{n+2} + \dots \end{aligned}$$

Megállapodunk abban, hogy  $0 = a_{n+1} = a_{n+2} = \dots$

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n &= \\ = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + 0 \cdot x^{n+1} + 0 \cdot x^{n+2} + \dots \end{aligned}$$

Megállapodunk abban, hogy  $0 = a_{n+1} = a_{n+2} = \dots$

Így bármely két polinomot ugyanannyi taggal írhatunk fel:

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n &= \\ = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + 0 \cdot x^{n+1} + 0 \cdot x^{n+2} + \dots \end{aligned}$$

Megállapodunk abban, hogy  $0 = a_{n+1} = a_{n+2} = \dots$

Így bármely két polinomot ugyanannyi taggal írhatunk fel:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} & a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \\ & = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + 0 \cdot x^{n+1} + 0 \cdot x^{n+2} + \dots \end{aligned}$$

Megállapodunk abban, hogy  $0 = a_{n+1} = a_{n+2} = \dots$

Így bármely két polinomot ugyanannyi taggal írhatunk fel:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} & a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \\ & = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + 0 \cdot x^{n+1} + 0 \cdot x^{n+2} + \dots \end{aligned}$$

Megállapodunk abban, hogy  $0 = a_{n+1} = a_{n+2} = \dots$

Így bármely két polinomot ugyanannyi taggal írhatunk fel:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

## Példa

$$x^2 - x + 1$$

$$x^3 + 1$$



# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} & a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \\ & = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + 0 \cdot x^{n+1} + 0 \cdot x^{n+2} + \dots \end{aligned}$$

Megállapodunk abban, hogy  $0 = a_{n+1} = a_{n+2} = \dots$

Így bármely két polinomot ugyanannyi taggal írhatunk fel:

$$\begin{aligned} f(x) &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \\ g(x) &= b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n. \end{aligned}$$

## Példa

$$\begin{aligned} x^2 - x + 1 &= 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 - 1 \cdot x + 1 \\ & \quad x^3 + 1 \end{aligned}$$

# Polinomok kibővítése nulla tagokkal

A nulla együtthatójú tagokat igény szerint írjuk ki:

$$\begin{aligned} & a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \\ & = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + 0 \cdot x^{n+1} + 0 \cdot x^{n+2} + \dots \end{aligned}$$

Megállapodunk abban, hogy  $0 = a_{n+1} = a_{n+2} = \dots$

Így bármely két polinomot ugyanannyi taggal írhatunk fel:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

## Példa

$$x^2 - x + 1 = 0 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 - 1 \cdot x + 1$$

$$x^3 + 1 = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 1.$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) =$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0)$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x$$



# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) =$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

## Definíció

Az  $f \in \mathbb{C}[x]$  **ellentettje**  $h$ ,

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

## Definíció

Az  $f \in \mathbb{C}[x]$  **ellentettje**  $h$ , ha  $f + h = 0$ .

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

## Definíció

Az  $f \in \mathbb{C}[x]$  **ellentettje**  $h$ , ha  $f + h = 0$ . Az ellentett jele  $h = -f$ .

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

## Definíció

Az  $f \in \mathbb{C}[x]$  **ellentettje**  $h$ , ha  $f + h = 0$ . Az ellentett jele  $h = -f$ .

Az  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  (egyetlen) ellentettje

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

## Definíció

Az  $f \in \mathbb{C}[x]$  **ellentettje**  $h$ , ha  $f + h = 0$ . Az ellentett jele  $h = -f$ .

Az  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  (egyetlen) ellentettje

$$h(x) = (-f)(x) =$$



# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

## Definíció

Az  $f \in \mathbb{C}[x]$  **ellentettje**  $h$ , ha  $f + h = 0$ . Az ellentett jele  $h = -f$ .

Az  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  (egyetlen) ellentettje

$$h(x) = (-f)(x) = (-a_0)$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

## Definíció

Az  $f \in \mathbb{C}[x]$  **ellentettje**  $h$ , ha  $f + h = 0$ . Az ellentett jele  $h = -f$ .

Az  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  (egyetlen) ellentettje

$$h(x) = (-f)(x) = (-a_0) + (-a_1)x$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

## Definíció

Az  $f \in \mathbb{C}[x]$  **ellentettje**  $h$ , ha  $f + h = 0$ . Az ellentett jele  $h = -f$ .

Az  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  (egyetlen) ellentettje

$$h(x) = (-f)(x) = (-a_0) + (-a_1)x + \dots + (-a_n)x^n.$$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

## Definíció

Az  $f \in \mathbb{C}[x]$  **ellentettje**  $h$ , ha  $f + h = 0$ . Az ellentett jele  $h = -f$ .

Az  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  (egyetlen) ellentettje

$$h(x) = (-f)(x) = (-a_0) + (-a_1)x + \dots + (-a_n)x^n.$$

A kivonás az ellentett hozzáadása:  $g - f =$

# Polinomok összege, különbsége, ellentettje

## Definíció

Legyen

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n.$$

E polinomok összege és különbsége:

$$(f + g)(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + b_1)x + \dots + (a_n + b_n)x^n$$

$$(f - g)(x) = (a_0 - b_0) + (a_1 - b_1)x + \dots + (a_n - b_n)x^n.$$

## Definíció

Az  $f \in \mathbb{C}[x]$  **ellentettje**  $h$ , ha  $f + h = 0$ . Az ellentett jele  $h = -f$ .

Az  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  (egyetlen) ellentettje

$$h(x) = (-f)(x) = (-a_0) + (-a_1)x + \dots + (-a_n)x^n.$$

A kivonás az ellentett hozzáadása:  $g - f = g + (-f)$ .

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye



# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye  
az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye  
az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kivesszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon,

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kiveszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon, ezeket összeszorozzuk,

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kiveszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kivesszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

$x^2$ -es tag kétféleképpen keletkezhet:

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kivesszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

$x^2$ -es tag kétféleképpen keletkezhet:  $a_0(b_2x^2)$



# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kivesszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

$x^2$ -es tag kétféleképpen keletkezhet:  $a_0(b_2x^2)$  és  $(a_1x)(b_1x)$ .

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kivesszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

$x^2$ -es tag kétféleképpen keletkezhet:  $a_0(b_2x^2)$  és  $(a_1x)(b_1x)$ .  
Ezért  $x^2$  együtthatója  $a_0b_2 + a_1b_1$ .

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kivesszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

$x^2$ -es tag kétféleképpen keletkezhet:  $a_0(b_2x^2)$  és  $(a_1x)(b_1x)$ .  
Ezért  $x^2$  együtthatója  $a_0b_2 + a_1b_1$ . A végeredmény:

$$a_1b_2x^3$$

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kivesszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

$x^2$ -es tag kétféleképpen keletkezhet:  $a_0(b_2x^2)$  és  $(a_1x)(b_1x)$ .  
Ezért  $x^2$  együtthatója  $a_0b_2 + a_1b_1$ . A végeredmény:  
 $a_1b_2x^3 + (a_0b_2 + a_1b_1)x^2$

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kivesszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

$x^2$ -es tag kétféleképpen keletkezhet:  $a_0(b_2x^2)$  és  $(a_1x)(b_1x)$ .  
Ezért  $x^2$  együtthatója  $a_0b_2 + a_1b_1$ . A végeredmény:  
 $a_1b_2x^3 + (a_0b_2 + a_1b_1)x^2 + (a_0b_1 + a_1b_0)x$

# Példa polinomok szorzatára

## Kérdés

Hogyan definiáljuk az  $(a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x + b_2x^2)$  szorzatot?  
Például mi legyen  $x^2$  együtthatója?

## Állítás (Kiss-jegyzet, 2.1.4. Gyakorlat)

Az  $(u_1 + u_2 + \dots + u_n)(v_1 + \dots + v_m)$  eredménye az  $nm$  darab  $u_jv_\ell$  tag összege ( $1 \leq j \leq n$  és  $1 \leq \ell \leq m$ ).  
A két zárójelből kivesszünk egy-egy tagot az összes lehetséges módon, ezeket összeszorozzuk, a szorzatokat összeadjuk.

$x^2$ -es tag kétféleképpen keletkezhet:  $a_0(b_2x^2)$  és  $(a_1x)(b_1x)$ .  
Ezért  $x^2$  együtthatója  $a_0b_2 + a_1b_1$ . A végeredmény:  
 $a_1b_2x^3 + (a_0b_2 + a_1b_1)x^2 + (a_0b_1 + a_1b_0)x + a_0b_0$ .

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  
 $x^k$  együtthatója legyen

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  
 $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k$



# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  
 $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1}$

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  
 $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  
 $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből,

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  
 $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  
 $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  
 $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m}$$

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  
 $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m} + \dots + a_{n-1}b_{m+1}$$

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m} + \dots + a_{n-1}b_{m+1} + a_nb_m$$



# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  
 $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m} + \dots + a_{n-1}b_{m+1} + a_nb_m + a_{n+1}b_{m-1}$$

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m} + \dots + a_{n-1}b_{m+1} + a_nb_m + a_{n+1}b_{m-1} + \dots + a_{n+m}b_0.$$

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m} + \dots + a_{n-1}b_{m+1} + a_nb_m + a_{n+1}b_{m-1} + \dots + a_{n+m}b_0.$$

Tudjuk, hogy  $\ell > m$  esetén  $b_\ell = 0$ .

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m} + \dots + a_{n-1}b_{m+1} + a_nb_m + a_{n+1}b_{m-1} + \dots + a_{n+m}b_0.$$

Tudjuk, hogy  $\ell > m$  esetén  $b_\ell = 0$ . Így az első  $n$  tag nulla.

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m} + \dots + a_{n-1}b_{m+1} + a_nb_m + a_{n+1}b_{m-1} + \dots + a_{n+m}b_0.$$

Tudjuk, hogy  $\ell > m$  esetén  $b_\ell = 0$ . Így az első  $n$  tag nulla.

Tudjuk, hogy  $j > n$  esetén  $a_j = 0$ .

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m} + \dots + a_{n-1}b_{m+1} + a_nb_m + a_{n+1}b_{m-1} + \dots + a_{n+m}b_0.$$

Tudjuk, hogy  $\ell > m$  esetén  $b_\ell = 0$ . Így az első  $n$  tag nulla.

Tudjuk, hogy  $j > n$  esetén  $a_j = 0$ . Így az utolsó  $m$  tag nulla.

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m} + \dots + a_{n-1}b_{m+1} + a_nb_m + a_{n+1}b_{m-1} + \dots + a_{n+m}b_0.$$

Tudjuk, hogy  $\ell > m$  esetén  $b_\ell = 0$ . Így az első  $n$  tag nulla.

Tudjuk, hogy  $j > n$  esetén  $a_j = 0$ . Így az utolsó  $m$  tag nulla.

Vagyis  $x^{n+m}$  együtthatója

# Polinomok szorzatának definíciója

## Definíció

$(a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n)(b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m)$ -ben  $x^k$  együtthatója legyen  $c_k = a_0b_k + a_1b_{k-1} + \dots + a_kb_0$ .

## Magyarázat

$x^k$ -os tag akkor keletkezik  $(a_jx^j)(b_\ell x^\ell)$ -ből, ha  $j + \ell = k$ .

## Példa

Az  $x^{n+m}$  együtthatója

$$a_0b_{n+m} + \dots + a_{n-1}b_{m+1} + a_nb_m + a_{n+1}b_{m-1} + \dots + a_{n+m}b_0.$$

Tudjuk, hogy  $\ell > m$  esetén  $b_\ell = 0$ . Így az első  $n$  tag nulla.

Tudjuk, hogy  $j > n$  esetén  $a_j = 0$ . Így az utolsó  $m$  tag nulla.

Vagyis  $x^{n+m}$  együtthatója  $a_nb_m$ .



# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ ,

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ ,

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .

Jele:  $\text{gr}(f)$ .

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla.

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ ,

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ ,



# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ , **főegyütthatója**  $a_n$ .

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ , **főegyütthatója**  $a_n$ .  
Az  $f(x)$  **normált polinom**, ha főegyütthatója 1.

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ , **főegyütthatója**  $a_n$ .  
Az  $f(x)$  **normált polinom**, ha főegyütthatója 1.

## Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak:

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ , **főegyütthatója**  $a_n$ .  
Az  $f(x)$  **normált polinom**, ha főegyütthatója 1.

## Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak:  $\text{gr}(fg) =$  .

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ , **főegyütthatója**  $a_n$ .  
Az  $f(x)$  **normált polinom**, ha főegyütthatója 1.

## Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak:  $\text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ , **főegyütthatója**  $a_n$ .  
Az  $f(x)$  **normált polinom**, ha főegyütthatója 1.

## Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak:  $\text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .

## Bizonyítás

$$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$$

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ , **főegyütthatója**  $a_n$ .  
Az  $f(x)$  **normált polinom**, ha főegyütthatója 1.

## Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak:  $\text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m$

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ , **főegyütthatója**  $a_n$ .  
Az  $f(x)$  **normált polinom**, ha főegyütthatója 1.

## Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak:  $\text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m$   
esetén láttuk, hogy  $x^{n+m}$  együtthatója  $a_nb_m$ .



# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ , **főegyütthatója**  $a_n$ .  
Az  $f(x)$  **normált polinom**, ha főegyütthatója 1.

## Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak:  $\text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m$  esetén láttuk, hogy  $x^{n+m}$  együtthatója  $a_nb_m$ . Ez nem nulla, ha  $a_n$  és  $b_m$  nem nulla.

# Polinom foka

## Definíció

Ha  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ , ahol  $a_n \neq 0$ , akkor  $f$  **foka**  $n$ .  
Jele:  $\text{gr}(f)$ . Tehát a fok a legnagyobb olyan kitevő, amelyhez tartozó együttható nem nulla. **A nullapolinomnak nincs foka.**  
Az  $f(x)$   $k$ -adfokú tagja  $a_kx^k$ , **főtagja**  $a_nx^n$ , **főegyütthatója**  $a_n$ .  
Az  $f(x)$  **normált polinom**, ha főegyütthatója 1.

## Tétel

Szorzásnál a fokok összeadódnak:  $\text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m$  esetén láttuk, hogy  $x^{n+m}$  együtthatója  $a_nb_m$ . Ez nem nulla, ha  $a_n$  és  $b_m$  nem nulla. Magasabb fokú tag nem keletkezik.  $\square$

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

(1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között,

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

(1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla,

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

(1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója,

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

(1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.



# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

- (1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.
- (2): Ha  $fg = 1$ , akkor

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

(1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.

(2): Ha  $fg = 1$ , akkor  $\text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

- (1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.
- (2): Ha  $fg = 1$ , akkor  $\text{gr}(1) = \text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

- (1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.
- (2): Ha  $fg = 1$ , akkor  $0 = \text{gr}(1) = \text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

(1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.

(2): Ha  $fg = 1$ , akkor  $0 = \text{gr}(1) = \text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .  
Ezért  $\text{gr}(f) = \text{gr}(g) = 0$ ,

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

- (1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.
- (2): Ha  $fg = 1$ , akkor  $0 = \text{gr}(1) = \text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .  
Ezért  $\text{gr}(f) = \text{gr}(g) = 0$ , azaz mindkettő nem nulla konstans.

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

(1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.

(2): Ha  $fg = 1$ , akkor  $0 = \text{gr}(1) = \text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .  
Ezért  $\text{gr}(f) = \text{gr}(g) = 0$ , azaz mindkettő nem nulla konstans.

**Megfordítva**, ha  $c \neq 0$  konstans,

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

(1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.

(2): Ha  $fg = 1$ , akkor  $0 = \text{gr}(1) = \text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .  
Ezért  $\text{gr}(f) = \text{gr}(g) = 0$ , azaz mindkettő nem nulla konstans.

**Megfordítva**, ha  $c \neq 0$  konstans, akkor reciproka, azaz  $1/c$  is (konstans) polinom.



# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

(1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.

(2): Ha  $fg = 1$ , akkor  $0 = \text{gr}(1) = \text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .  
Ezért  $\text{gr}(f) = \text{gr}(g) = 0$ , azaz mindkettő nem nulla konstans.

**Megfordítva**, ha  $c \neq 0$  konstans, akkor reciproka, azaz  $1/c$  is (konstans) polinom.

**Házi feladat:** Igazoljuk, hogy  $fg$  konstans tagja

# A szorzat foka: következmények

## Következmények

- (1) A polinomok szorzása **nullosztómentes**.
- (2) Egy  $f$  polinomnak pontosan akkor van **reciproka** polinomok között, ha nem nulla konstans polinom.

## Bizonyítás

(1): Láttuk, hogy ha  $f$  és  $g$  nem nulla, akkor  $fg$ -nek van nem nulla együtthatója, így  $fg$  sem nulla.

(2): Ha  $fg = 1$ , akkor  $0 = \text{gr}(1) = \text{gr}(fg) = \text{gr}(f) + \text{gr}(g)$ .

Ezért  $\text{gr}(f) = \text{gr}(g) = 0$ , azaz mindkettő nem nulla konstans.

**Megfordítva**, ha  $c \neq 0$  konstans, akkor reciproka, azaz  $1/c$  is (konstans) polinom.

**Házi feladat:** Igazoljuk, hogy  $fg$  konstans tagja  $f$  és  $g$  konstans tagjainak szorzata.

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq$  .

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1)$$

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x)$$



# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) \quad \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x))$$

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) \quad \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

## Bizonyítás

$$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \text{ és } g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n,$$

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ ,  
ahol feltehetjük, hogy például  $a_n$  nem nulla,

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ ,  
ahol feltehetjük, hogy például  $a_n$  nem nulla, azaz  $\text{gr}(f) = n$ .

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ ,  
ahol feltehetjük, hogy például  $a_n$  nem nulla, azaz  $\text{gr}(f) = n$ .  
Ha  $b_n = 0$ , akkor  $\text{gr}(g) < n$ ,

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ ,  
ahol feltehetjük, hogy például  $a_n$  nem nulla, azaz  $\text{gr}(f) = n$ .  
Ha  $b_n = 0$ , akkor  $\text{gr}(g) < n$ , és  $f + g$  főegyütthatója  $a_n$ ,



# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ ,  
ahol feltehetjük, hogy például  $a_n$  nem nulla, azaz  $\text{gr}(f) = n$ .  
Ha  $b_n = 0$ , akkor  $\text{gr}(g) < n$ , és  $f + g$  főegyütthatója  $a_n$ , azaz  
 $\text{gr}(f + g) = \text{gr}(f) = n$ .

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ ,  
ahol feltehetjük, hogy például  $a_n$  nem nulla, azaz  $\text{gr}(f) = n$ .  
Ha  $b_n = 0$ , akkor  $\text{gr}(g) < n$ , és  $f + g$  főegyütthatója  $a_n$ , azaz  
 $\text{gr}(f + g) = \text{gr}(f) = n$ . Ha  $b_n \neq 0$ ,

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ ,  
ahol feltehetjük, hogy például  $a_n$  nem nulla, azaz  $\text{gr}(f) = n$ .  
Ha  $b_n = 0$ , akkor  $\text{gr}(g) < n$ , és  $f + g$  főegyütthatója  $a_n$ , azaz  
 $\text{gr}(f + g) = \text{gr}(f) = n$ . Ha  $b_n \neq 0$ , akkor  $\text{gr}(f) = \text{gr}(g) = n$ .

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ ,  
ahol feltehetjük, hogy például  $a_n$  nem nulla, azaz  $\text{gr}(f) = n$ .  
Ha  $b_n = 0$ , akkor  $\text{gr}(g) < n$ , és  $f + g$  főegyütthatója  $a_n$ , azaz  
 $\text{gr}(f + g) = \text{gr}(f) = n$ . Ha  $b_n \neq 0$ , akkor  $\text{gr}(f) = \text{gr}(g) = n$ .  
Ekkor  $a_n + b_n = 0$  is lehet,

# Összeg foka

## Tétel

Két polinom összegének a foka legfeljebb akkora, mint a két polinom fokai közül a nem kisebb:  $\text{gr}(f + g) \leq \max(\text{gr}(f), \text{gr}(g))$ .  
Ha a két polinom foka különböző, akkor egyenlőség áll.

## Példa

$$2 = \text{gr}(x^2 + 1) = \text{gr}(-x^2 + x) > \text{gr}((x^2 + 1) + (-x^2 + x)) = 1.$$

## Bizonyítás

$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$  és  $g(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ ,  
ahol feltehetjük, hogy például  $a_n$  nem nulla, azaz  $\text{gr}(f) = n$ .  
Ha  $b_n = 0$ , akkor  $\text{gr}(g) < n$ , és  $f + g$  főegyütthatója  $a_n$ , azaz  
 $\text{gr}(f + g) = \text{gr}(f) = n$ . Ha  $b_n \neq 0$ , akkor  $\text{gr}(f) = \text{gr}(g) = n$ .  
Ekkor  $a_n + b_n = 0$  is lehet, amikor  $\text{gr}(f + g) < \text{gr}(f) = \text{gr}(g)$ .

# A műveleti tulajdonságok

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk.

# A műveleti tulajdonságok

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk.

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $f, g, h \in \mathbb{C}[x]$  polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1)  $(f + g) + h = f + (g + h)$  (az összeadás **asszociatív**).

# A műveleti tulajdonságok

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk.

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $f, g, h \in \mathbb{C}[x]$  polinomokra érvényesek az alábbiak.

- (1)  $(f + g) + h = f + (g + h)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $f + g = g + f$  (az összeadás **kommutatív**).



# A műveleti tulajdonságok

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk.

## Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $f, g, h \in \mathbb{C}[x]$  polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1)  $(f + g) + h = f + (g + h)$  (az összeadás **asszociatív**).

(2)  $f + g = g + f$  (az összeadás **kommutatív**).

(3)  $f + 0 = 0 + f = f$  (az ilyen tulajdonságú elem a **nullelem**).

# A műveleti tulajdonságok

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk.

## Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $f, g, h \in \mathbb{C}[x]$  polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1)  $(f + g) + h = f + (g + h)$  (az összeadás **asszociatív**).

(2)  $f + g = g + f$  (az összeadás **kommutatív**).

(3)  $f + 0 = 0 + f = f$  (az ilyen tulajdonságú elem a **nullelem**).

(4) Minden  $f$ -nek van **ellentettje**.

# A műveleti tulajdonságok

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk.

## Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $f, g, h \in \mathbb{C}[x]$  polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1)  $(f + g) + h = f + (g + h)$  (az összeadás **asszociatív**).

(2)  $f + g = g + f$  (az összeadás **kommutatív**).

(3)  $f + 0 = 0 + f = f$  (az ilyen tulajdonságú elem a **nullelem**).

(4) Minden  $f$ -nek van **ellentettje**.

(5)  $(fg)h = f(gh)$  (a szorzás asszociatív).

# A műveleti tulajdonságok

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk.

## Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $f, g, h \in \mathbb{C}[x]$  polinomokra érvényesek az alábbiak.

- (1)  $(f + g) + h = f + (g + h)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $f + g = g + f$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $f + 0 = 0 + f = f$  (az ilyen tulajdonságú elem a **nullelem**).
- (4) Minden  $f$ -nek van **ellentettje**.
- (5)  $(fg)h = f(gh)$  (a szorzás asszociatív).
- (6)  $fg = gf$  (a szorzás kommutatív).

# A műveleti tulajdonságok

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk.

## Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $f, g, h \in \mathbb{C}[x]$  polinomokra érvényesek az alábbiak.

- (1)  $(f + g) + h = f + (g + h)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $f + g = g + f$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $f + 0 = 0 + f = f$  (az ilyen tulajdonságú elem a **nullelem**).
- (4) Minden  $f$ -nek van **ellentettje**.
- (5)  $(fg)h = f(gh)$  (a szorzás asszociatív).
- (6)  $fg = gf$  (a szorzás kommutatív).
- (7)  $f \cdot 1 = 1 \cdot f = f$  (a konstans 1 polinom **egységelem**).

# A műveleti tulajdonságok

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk.

## Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $f, g, h \in \mathbb{C}[x]$  polinomokra érvényesek az alábbiak.

- (1)  $(f + g) + h = f + (g + h)$  (az összeadás **asszociatív**).
- (2)  $f + g = g + f$  (az összeadás **kommutatív**).
- (3)  $f + 0 = 0 + f = f$  (az ilyen tulajdonságú elem a **nullelem**).
- (4) Minden  $f$ -nek van **ellentettje**.
- (5)  $(fg)h = f(gh)$  (a szorzás asszociatív).
- (6)  $fg = gf$  (a szorzás kommutatív).
- (7)  $f \cdot 1 = 1 \cdot f = f$  (a konstans 1 polinom **egységelem**).
- (8) Az  $f$ -nek akkor van reciproka, ha nem nulla konstans.

# A műveleti tulajdonságok

Polinomokkal a „szokásos” módon számolhatunk.

## Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges  $f, g, h \in \mathbb{C}[x]$  polinomokra érvényesek az alábbiak.

(1)  $(f + g) + h = f + (g + h)$  (az összeadás **asszociatív**).

(2)  $f + g = g + f$  (az összeadás **kommutatív**).

(3)  $f + 0 = 0 + f = f$  (az ilyen tulajdonságú elem a **nullelem**).

(4) Minden  $f$ -nek van **ellentettje**.

(5)  $(fg)h = f(gh)$  (a szorzás asszociatív).

(6)  $fg = gf$  (a szorzás kommutatív).

(7)  $f \cdot 1 = 1 \cdot f = f$  (a konstans 1 polinom **egységelem**).

(8) Az  $f$ -nek akkor van reciproka, ha nem nulla konstans.

(9)  $(f + g)h = fh + gh$  (**disztributivitás**).

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:



# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j =$$

(A  $j$  hattól kilencig fut.)

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6$$

(A  $j$  hattól kilencig fut.)

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j = a_6 + a_7$$

(A  $j$  hattól kilencig fut.)

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j =$$



# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk =$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk = 3 \cdot 4$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 47.$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 47.$$

$$\sum_{p < 10 \text{ prím}} p^2 =$$



# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 47.$$

$$\sum_{p < 10 \text{ prím}} p^2 = 2^2$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 47.$$

$$\sum_{p < 10 \text{ prím}} p^2 = 2^2 + 3^2$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 47.$$

$$\sum_{p < 10 \text{ prím}} p^2 = 2^2 + 3^2 + 5^2$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 47.$$

$$\sum_{p < 10 \text{ prím}} p^2 = 2^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2$$

# Összegek tömör alakja

## Definíció

Az  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$  összeget így rövidítjük:  $\sum_{j=1}^n a_j$ .

A **szumma** jel utáni kifejezéseket kell összeadni a  $j$  azon értékeire, amit a jel alatt és fölött megadunk.

## Példák

$$\sum_{j=6}^9 a_j^j = a_6^6 + a_7^7 + a_8^8 + a_9^9. \text{ (A } j \text{ hattól kilencig fut.)}$$

$$\sum_{2 < j < 5} a_j + b_j = a_3 + b_3 + a_4 + b_4.$$

$$\sum_{2 < j < k < 6} jk = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 47.$$

$$\sum_{p < 10 \text{ prím}} p^2 = 2^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 = 87.$$

# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n$$

# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n$$

# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j}$$



# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^{n-j} b^j$$

# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^{n-j} b^j.$$

# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^{n-j} b^j.$$

## Állítás

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$

# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^{n-j} b^j.$$

## Állítás

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n = \sum_{j=0}^n a_j x^j$$

# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j}a^{n-j}b^j.$$

## Állítás

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{j=0}^n a_jx^j$$
$$g(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_mx^m = \sum_{\ell=0}^m b_\ell x^\ell$$

# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^{n-j} b^j.$$

## Állítás

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n = \sum_{j=0}^n a_j x^j$$

$$g(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_m x^m = \sum_{\ell=0}^m b_\ell x^\ell$$

esetén  $(fg)(x) = \sum_{k=0}^{m+n} c_k x^k,$

# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^{n-j} b^j.$$

## Állítás

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n = \sum_{j=0}^n a_j x^j$$

$$g(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_m x^m = \sum_{\ell=0}^m b_\ell x^\ell$$

esetén  $(fg)(x) = \sum_{k=0}^{m+n} c_k x^k$ , ahol  $c_k = \sum_{j=0}^k a_j b_{k-j}$

# Polinomok szorzata szummás jelöléssel

## A binomiális tétel szummás alakja

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} a^{n-j} b^j.$$

## Állítás

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n = \sum_{j=0}^n a_j x^j$$

$$g(x) = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_m x^m = \sum_{\ell=0}^m b_\ell x^\ell$$

esetén  $(fg)(x) = \sum_{k=0}^{m+n} c_k x^k$ , ahol  $c_k = \sum_{j=0}^k a_j b_{k-j} = \sum_{j+l=k} a_j b_l$ .



# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell.

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j =$$

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n.$$

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j =$$

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$$

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Megállapodás

**Egytagú** összeg és szorzat az egyetlen tagjával egyenlő.

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Megállapodás

**Egytagú** összeg és szorzat az egyetlen tagjával egyenlő.

**Példa:**  $\sum_{j=3}^3 b_j = b_3,$



# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Megállapodás

**Egytagú** összeg és szorzat az egyetlen tagjával egyenlő.

Az **üres összeg** értéke 0.

**Példa:**  $\sum_{j=3}^3 b_j = b_3,$

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Megállapodás

**Egytagú** összeg és szorzat az egyetlen tagjával egyenlő.

Az **üres összeg** értéke 0.

**Példa:**  $\sum_{j=3}^3 b_j = b_3, \quad \sum_{j=3}^2 b_j = 0,$

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Megállapodás

**Egytagú** összeg és szorzat az egyetlen tagjával egyenlő.

Az **üres összeg** értéke 0.

**Példa:**  $\sum_{j=3}^3 b_j = b_3,$   $\sum_{j=3}^2 b_j = 0,$   $\sum_{j=1}^n a_j x^j = 0,$  ha  $n = 0.$

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Megállapodás

**Egytagú** összeg és szorzat az egyetlen tagjával egyenlő.

Az **üres összeg** értéke 0. Az **üres szorzat** értéke 1.

**Példa:**  $\sum_{j=3}^3 b_j = b_3, \quad \sum_{j=3}^2 b_j = 0, \quad \sum_{j=1}^n a_j x^j = 0, \text{ ha } n = 0.$

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Megállapodás

**Egytagú** összeg és szorzat az egyetlen tagjával egyenlő.

Az **üres összeg** értéke 0. Az **üres szorzat** értéke 1.

**Példa:**  $\sum_{j=3}^3 b_j = b_3, \quad \sum_{j=3}^2 b_j = 0, \quad \sum_{j=1}^n a_j x^j = 0, \text{ ha } n = 0.$

**Magyarázat:** Kiss-jegyzet, 2.2.3. Gyakorlat.

# A produktum jelölés

## Definíció

A  $\prod$  produktum jelölés hasonló a szumma jelöléshez, csak összeadás helyett szorozni kell. **Példák:**

$$\prod_{j=2}^n a_j = a_2 a_3 \dots a_n. \quad \prod_{j=1}^n j = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n = n!.$$

## Megállapodás

**Egytagú** összeg és szorzat az egyetlen tagjával egyenlő.

Az **üres összeg** értéke 0. Az **üres szorzat** értéke 1.

**Példa:**  $\sum_{j=3}^3 b_j = b_3,$   $\sum_{j=3}^2 b_j = 0,$   $\sum_{j=1}^n a_j x^j = 0,$  ha  $n = 0.$

**Magyarázat:** Kiss-jegyzet, 2.2.3. Gyakorlat.

Ezzel elvégeztük a Kiss-jegyzet 2.1. Szakaszát.