

Algebra1, alapszint

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
ewkiss@cs.elte.hu

20. előadás

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$ bármely két mátrixra.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$ bármely két mátrixra.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$ bármely két mátrixra.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható, ha determinánsa nem nulla.

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Skalárszoros-tartás

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Skalárszoros-tartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort szorozzuk λ -val.

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Skalárszoros-tartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort szorozzuk λ -val.
Azaz a_{1j} helyére λa_{1j} kerül.

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Skalárszoros-tartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort szorozzuk λ -val.
Azaz a_{1j} helyére λa_{1j} kerül.

A fenti összegben minden tag első tényezője a_{1j} alakú
alkalmas j -re,

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Skalárszoros-tartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort szorozzuk λ -val.
Azaz a_{1j} helyére λa_{1j} kerül.

A fenti összegben minden tag első tényezője a_{1j} alakú
alkalmas j -re, és több tényező az első sorból nincs.

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Skalárszoros-tartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort szorozzuk λ -val.
Azaz a_{1j} helyére λa_{1j} kerül.

A fenti összegben minden tag első tényezője a_{1j} alakú
alkalmas j -re, és több tényező az első sorból nincs.
Ezért az új determinánsban minden tényező λ -val szorzódik.

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Skalárszoros-tartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort szorozzuk λ -val.
Azaz a_{1j} helyére λa_{1j} kerül.

A fenti összegben minden tag első tényezője a_{1j} alakú
alkalmas j -re, és több tényező az első sorból nincs.

Ezért az új determinánsban minden tényező λ -val szorzódik.
Így a teljes összeg, azaz a determináns is λ -val szorzódik. \square

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Skalárszoros-tartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort szorozzuk λ -val.
Azaz a_{1j} helyére λa_{1j} kerül.

A fenti összegben minden tag első tényezője a_{1j} alakú
alkalmas j -re, és több tényező az első sorból nincs.

Ezért az új determinánsban minden tényező λ -val szorzódik.
Így a teljes összeg, azaz a determináns is λ -val szorzódik. \square

Ugyanez lesz, ha bármelyik oszlopot vagy sort szorozzuk λ -val,

A skalárszoros-tartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Skalárszoros-tartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort szorozzuk λ -val.
Azaz a_{1j} helyére λa_{1j} kerül.

A fenti összegben minden tag első tényezője a_{1j} alakú
alkalmas j -re, és több tényező az első sorból nincs.

Ezért az új determinánsban minden tényező λ -val szorzódik.
Így a teljes összeg, azaz a determináns is λ -val szorzódik. \square

Ugyanez lesz, ha bármelyik oszlopot vagy sort szorozzuk λ -val,
mert az összeg mindegyik tagjában minden sorból és oszlopból
pontosan egy tényező van.

Az összegtartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Összegeztartás

Az összegtartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Összegetartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort bontjuk összegre.

Az összegtartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Összegtartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort bontjuk összegre.
Azaz a_{1j} helyére $b_{1j} + c_{1j}$ kerül.

Az összegtartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Összegtartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort bontjuk összegre.

Azaz a_{1j} helyére $b_{1j} + c_{1j}$ kerül. Ekkor

$$a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)} =$$

Az összegtartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Összegtartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort bontjuk összegekre.

Azaz a_{1j} helyére $b_{1j} + c_{1j}$ kerül. Ekkor

$$a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)} = b_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)} +$$

Az összegtartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Összegtartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort bontjuk összegre.

Azaz a_{1j} helyére $b_{1j} + c_{1j}$ kerül. Ekkor

$$a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)} = b_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)} + c_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az összegtartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Összegtartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort bontsuk összegre.

Azaz a_{1j} helyére $b_{1j} + c_{1j}$ kerül. Ekkor

$$a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)} = b_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)} + c_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Így az eredeti determináns is két determináns összegére bomlik,

Az összegtartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Összegtartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort bontsuk összegre.

Azaz a_{1j} helyére $b_{1j} + c_{1j}$ kerül. Ekkor

$$a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)} = b_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)} + c_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Így az eredeti determináns is két determináns összegére bomlik, melyekben az első sorban b_{1j} , illetve c_{1j} szerepel. \square

Az összegtartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Összegtartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort bontsuk összegre.

Azaz a_{1j} helyére $b_{1j} + c_{1j}$ kerül. Ekkor

$$a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)} = b_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)} + c_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Így az eredeti determináns is két determináns összegére bomlik, melyekben az első sorban b_{1j} , illetve c_{1j} szerepel. □

Ugyanez történik, ha bármelyik másik oszlopot vagy sort bontjuk összegre.

Az összegtartás

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$ -es mátrix.

$$\text{Ekkor } \det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Összegtartás

Az egyszerűbb jelölés kedvéért az első sort bontjuk összegre.

Azaz a_{1j} helyére $b_{1j} + c_{1j}$ kerül. Ekkor

$$a_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)} = b_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)} + c_{1f(1)} a_{2f(2)} \cdots a_{nf(n)}.$$

Így az eredeti determináns is két determináns összegére bomlik, melyekben az első sorban b_{1j} , illetve c_{1j} szerepel. □

Ugyanez történik, ha bármelyik másik oszlopot vagy sort bontjuk összegre.

HF: 3×3 -asra részletezni ezt a bizonyítást.

3×3 -as felső háromszögmátrix

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Felső háromszögmátrix

3×3 -as felső háromszögmátrix

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Felső háromszögmátrix

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

felső háromszögmátrix,

3×3 -as felső háromszögmátrix

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Felső háromszögmátrix

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

felső háromszögmátrix, ha $a_{21} = a_{31} = a_{32} = 0$.

3×3 -as felső háromszögmátrix

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Felső háromszögmátrix

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

felső háromszögmátrix, ha $a_{21} = a_{31} = a_{32} = 0$.

Ezért a fenti összeg utolsó öt tagja nulla lesz. □

3×3 -as felső háromszögmátrix

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Felső háromszögmátrix

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

felső háromszögmátrix, ha $a_{21} = a_{31} = a_{32} = 0$.

Ezért a fenti összeg utolsó öt tagja nulla lesz. □

Elemzés

A főátló alatti elemek azok, ahol a sorindex nagyobb, mint az oszlopindex,

3×3 -as felső háromszögmátrix

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Felső háromszögmátrix

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

felső háromszögmátrix, ha $a_{21} = a_{31} = a_{32} = 0$.

Ezért a fenti összeg utolsó öt tagja nulla lesz. □

Elemzés

A főátló alatti elemek azok, ahol a sorindex nagyobb, mint az oszlopindex, azaz a_{ij} , ahol $i > j$.

3×3 -as felső háromszögmátrix

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Felső háromszögmátrix

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

felső háromszögmátrix, ha $a_{21} = a_{31} = a_{32} = 0$.

Ezért a fenti összeg utolsó öt tagja nulla lesz. □

Elemzés

A főátló alatti elemek azok, ahol a sorindex nagyobb, mint az oszlopindex, azaz a_{ij} , ahol $i > j$.

A megmaradó tag az **identikus permutációhoz** tartozik.

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket,

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy,

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön,

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen:

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye,

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on,

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt.

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet. Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt. Ezért ő a 19. széken ül.

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt.

Ezért ő a 19. széken ül. És így tovább.

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet. Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt. Ezért ő a 19. széken ül. És így tovább.

Felső háromszögmátrix determinánusa

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt.

Ezért ő a 19. széken ül. És így tovább.

Felső háromszögmátrix determinánusa

Tudjuk: $a_{ij} = 0$, ha $i > j$.

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt.

Ezért ő a 19. széken ül. És így tovább.

Felső háromszögmátrix determinánása

Tudjuk: $a_{ij} = 0$, ha $i > j$. Az $a_{1f(1)}a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}$ mikor nem 0?

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt.

Ezért ő a 19. széken ül. És így tovább.

Felső háromszögmátrix determinánása

Tudjuk: $a_{ij} = 0$, ha $i > j$. Az $a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}$ mikor nem 0?

Az kell: $i \leq f(i)$ minden i -re.

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt.

Ezért ő a 19. széken ül. És így tovább.

Felső háromszögmátrix determinánása

Tudjuk: $a_{ij} = 0$, ha $i > j$. Az $a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}$ mikor nem 0?

Az kell: $i \leq f(i)$ minden i -re. A fenti miatt $f = id$.

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt.

Ezért ő a 19. széken ül. És így tovább.

Felső háromszögmátrix determinánusa

Tudjuk: $a_{ij} = 0$, ha $i > j$. Az $a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}$ mikor nem 0?

Az kell: $i \leq f(i)$ minden i -re. A fenti miatt $f = id$.

Tehát a determináns $sg(id) a_{11} a_{22} \dots a_{nn}$.

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt.

Ezért ő a 19. széken ül. És így tovább.

Felső háromszögmátrix determinánása

Tudjuk: $a_{ij} = 0$, ha $i > j$. Az $a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}$ mikor nem 0?

Az kell: $i \leq f(i)$ minden i -re. A fenti miatt $f = id$.

Tehát a determináns $sg(id) a_{11} a_{22} \dots a_{nn}$. Mivel $sg(id) = 1$,

Általános felső háromszögmátrix

Ha a nézőtér egy sorában 1-től 20-ig számozták a székeket, akkor hányféleképpen ülhetnek le a nézők úgy, hogy mindenki legalább olyan számú széken üljön, mint ahová a jegye szól?

Csak egyféleképpen: **ha mindenki a saját helyén ül.**

Mert: Akinek a 20. székre szól a jegye, az csak ott ülhet.

Akinek a 19.-re szól, az nem ülhet az 20.-on, mert az foglalt.

Ezért ő a 19. széken ül. És így tovább.

Felső háromszögmátrix determinánása

Tudjuk: $a_{ij} = 0$, ha $i > j$. Az $a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}$ mikor nem 0?

Az kell: $i \leq f(i)$ minden i -re. A fenti miatt $f = id$.

Tehát a determináns $sg(id) a_{11} a_{22} \dots a_{nn}$. Mivel $sg(id) = 1$, ez tényleg a főátlóbeli elemek szorzata.

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Ez azt jelenti, hogy $a_{12} = a_{13}$,

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Ez azt jelenti, hogy $a_{12} = a_{13}$, $a_{22} = a_{23}$,

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Ez azt jelenti, hogy $a_{12} = a_{13}$, $a_{22} = a_{23}$, $a_{32} = a_{33}$.

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Ez azt jelenti, hogy $a_{12} = a_{13}$, $a_{22} = a_{23}$, $a_{32} = a_{33}$.
Általánosabban: $a_{i2} = a_{i3}$ mindegyik i -re.

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Ez azt jelenti, hogy $a_{12} = a_{13}$, $a_{22} = a_{23}$, $a_{32} = a_{33}$.

Általánosabban: $a_{i2} = a_{i3}$ mindegyik i -re.

A fenti összeg tagjai kiejtik egymást, mert

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Ez azt jelenti, hogy $a_{12} = a_{13}$, $a_{22} = a_{23}$, $a_{32} = a_{33}$.

Általánosabban: $a_{i2} = a_{i3}$ mindegyik i -re.

A fenti összeg tagjai kiejtik egymást, mert

$$a_{11}a_{22}a_{33} = a_{11}a_{23}a_{32},$$

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Ez azt jelenti, hogy $a_{12} = a_{13}$, $a_{22} = a_{23}$, $a_{32} = a_{33}$.

Általánosabban: $a_{i2} = a_{i3}$ mindegyik i -re.

A fenti összeg tagjai kiejtik egymást, mert

$$a_{11}a_{22}a_{33} = a_{11}a_{23}a_{32},$$

$$a_{12}a_{23}a_{31} = a_{13}a_{22}a_{31},$$

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Ez azt jelenti, hogy $a_{12} = a_{13}$, $a_{22} = a_{23}$, $a_{32} = a_{33}$.

Általánosabban: $a_{i2} = a_{i3}$ mindegyik i -re.

A fenti összeg tagjai kiejtik egymást, mert

$$a_{11}a_{22}a_{33} = a_{11}a_{23}a_{32},$$

$$a_{12}a_{23}a_{31} = a_{13}a_{22}a_{31},$$

$$a_{13}a_{21}a_{32} = a_{12}a_{21}a_{33}.$$

3×3 -as: két oszlop egyenlősége

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A második és a harmadik oszlop egyenlősége

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Ez azt jelenti, hogy $a_{12} = a_{13}$, $a_{22} = a_{23}$, $a_{32} = a_{33}$.

Általánosabban: $a_{i2} = a_{i3}$ mindegyik i -re.

A fenti összeg tagjai kiejtik egymást, mert

$$a_{11}a_{22}a_{33} = a_{11}a_{23}a_{32},$$

$$a_{12}a_{23}a_{31} = a_{13}a_{22}a_{31},$$

$$a_{13}a_{21}a_{32} = a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Az előjelezés arra való, hogy általában is minden így kiessen.

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő.

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)},$$

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)},$$

mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$$

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$
(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)},$$

mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$$

(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak,

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$
(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikak permutációja g .

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)},$$

mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$$

(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikok permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$,

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)},$$

mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$$

(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikok permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$, $g(j) = f(i)$

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)},$$

mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$$

(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikak permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$, $g(j) = f(i)$ és $g(l) = f(l)$, ha $l \neq i, j$.

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$
(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikak permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$, $g(j) = f(i)$ és $g(l) = f(l)$, ha $l \neq i, j$.

Ezért $g = f \circ (i, j)$.

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \operatorname{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$
(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikok permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$, $g(j) = f(i)$ és $g(l) = f(l)$, ha $l \neq i, j$.

Ezért $g = f \circ (i, j)$. Azaz $\operatorname{sg}(g) =$

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$
(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikak permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$, $g(j) = f(i)$ és $g(l) = f(l)$, ha $l \neq i, j$.

Ezért $g = f \circ (i, j)$. Azaz $\text{sg}(g) = \text{sg}(f) \text{sg}((i, j)) =$

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$
(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikok permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$, $g(j) = f(i)$ és $g(l) = f(l)$, ha $l \neq i, j$.

Ezért $g = f \circ (i, j)$. Azaz $\text{sg}(g) = \text{sg}(f) \text{sg}((i, j)) = -\text{sg}(f)$.

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$
(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikak permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$, $g(j) = f(i)$ és $g(l) = f(l)$, ha $l \neq i, j$.

Ezért $g = f \circ (i, j)$. Azaz $\text{sg}(g) = \text{sg}(f) \text{sg}((i, j)) = -\text{sg}(f)$.

Tehát a **zöld** és **kék** tagok kiejtik egymást.

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$
(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikak permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$, $g(j) = f(i)$ és $g(l) = f(l)$, ha $l \neq i, j$.

Ezért $g = f \circ (i, j)$. Azaz $\text{sg}(g) = \text{sg}(f) \text{sg}((i, j)) = -\text{sg}(f)$.

Tehát a **zöld** és **kék** tagok kiejtik egymást.

Láttuk: ez a megfeleltetés párokba állítja a tagokat,

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$
(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikak permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$, $g(j) = f(i)$ és $g(\ell) = f(\ell)$, ha $\ell \neq i, j$.

Ezért $g = f \circ (i, j)$. Azaz $\text{sg}(g) = \text{sg}(f) \text{sg}((i, j)) = -\text{sg}(f)$.

Tehát a **zöld** és **kék** tagok kiejtik egymást.

Láttuk: ez a megfeleltetés párokba állítja a tagokat,

mert $(f \circ (i, j)) \circ (i, j) = f$.

Két sor egyenlősége

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az egyszerűbb jelölés végett azt tesszük föl, hogy az i -edik és a j -edik **sor** egyenlő. Tehát $a_{ik} = a_{jk}$ minden $1 \leq k \leq n$ esetén.

$a_{1f(1)} \dots a_{if(i)} \dots a_{jf(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)}$,
mert $a_{if(i)} = a_{jf(i)}$ és $a_{jf(j)} = a_{if(j)}$.

$a_{1f(1)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{if(j)} \dots a_{nf(n)} = a_{1f(1)} \dots a_{if(j)} \dots a_{jf(i)} \dots a_{nf(n)}$
(megcseréltük a szorzat i -edik és j -edik tényezőjét).

Az első indexek sorban vannak, a másodikak permutációja g .

Ekkor $g(i) = f(j)$, $g(j) = f(i)$ és $g(\ell) = f(\ell)$, ha $\ell \neq i, j$.

Ezért $g = f \circ (i, j)$. Azaz $\text{sg}(g) = \text{sg}(f) \text{sg}((i, j)) = -\text{sg}(f)$.

Tehát a **zöld** és **kék** tagok kiejtik egymást.

Láttuk: ez a megfeleltetés párokba állítja a tagokat,
mert $(f \circ (i, j)) \circ (i, j) = f$. Tehát minden tag kiesik. □

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} .$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33} .$$

3×3 -as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} .$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33} .$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni:

3×3 -as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

3×3 -as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} =$$

3×3 -as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} =$$

3×3 -as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} =$$

3×3 -as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} =$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} =$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}.$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} =$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} =$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}.$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} =$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} =$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}.$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{32} =$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{32} = a_{21}a_{12}a_{33} =$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{32} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}.$$

3 × 3-as: a transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies b_{11}b_{22}b_{33} + b_{12}b_{23}b_{31} + b_{13}b_{21}b_{32} - \\ - b_{13}b_{22}b_{31} - b_{11}b_{23}b_{32} - b_{12}b_{21}b_{33}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ij} = a_{ji}$.

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{32} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

3×3 -as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1.$$



3×3 -as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

3×3 -as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

3×3 -as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

3×3 -as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{Ezek egymás inverzei.}$$

3×3 -as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{Ezek egymás inverzei.}$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{13}a_{22}a_{31}.$$

3×3 -as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{Ezek egymás inverzei.}$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{13}a_{22}a_{31}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

3×3 -as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{Ezek egymás inverzei.}$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{13}a_{22}a_{31}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

3 × 3-as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{Ezek egymás inverzei.}$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{13}a_{22}a_{31}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} = g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

3×3 -as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{Ezek egymás inverzei.}$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{13}a_{22}a_{31}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} = g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}. \quad \text{Ezek is egymás inverzei.}$$

3×3 -as: a transzponáltbeli permutációk

$$b_{11}b_{22}b_{33} = a_{11}a_{22}a_{33}.$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{21}a_{32}a_{13} = a_{13}a_{21}a_{32}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{21}b_{32} = a_{31}a_{12}a_{23} = a_{12}a_{23}a_{31}. \text{ Előjel: } +1.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{31}a_{22}a_{13} = a_{13}a_{22}a_{31}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{11}b_{23}b_{32} = a_{11}a_{23}a_{32} = a_{11}a_{23}a_{32}. \text{ Előjel: } -1.$$

$$b_{12}b_{21}b_{33} = a_{21}a_{12}a_{33} = a_{12}a_{21}a_{33}. \text{ Előjel: } -1. \quad \square$$

$$b_{12}b_{23}b_{31} = a_{13}a_{21}a_{32}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{Ezek egymás } \textit{inverzei}.$$

$$b_{13}b_{22}b_{31} = a_{13}a_{22}a_{31}.$$

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} = g = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}. \quad \text{Ezek is egymás } \textit{inverzei}.$$

Az összes többi tagnál is inverz permutációkat kapunk.

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni:

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} =$$

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a zöld szorzatban,

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a zöld szorzatban, ha $i = f(j)$.

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a zöld szorzatban, ha $i = f(j)$.

Az a_{ij} akkor szerepel a kék szorzatban,

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a zöld szorzatban, ha $i = f(j)$.

Az a_{ij} akkor szerepel a kék szorzatban, ha $g(i) = j$.

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a **zöld** szorzatban, ha $i = f(j)$.

Az a_{ij} akkor szerepel a **kék** szorzatban, ha $g(i) = j$.

A **zöld** és **kék** szorzatok tényezői ugyanazok.

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a **zöld** szorzatban, ha $i = f(j)$.

Az a_{ij} akkor szerepel a **kék** szorzatban, ha $g(i) = j$.

A **zöld** és **kék** szorzatok tényezői ugyanazok. Ezért

$$i = f(j) \iff g(i) = j.$$

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a **zöld** szorzatban, ha $i = f(j)$.

Az a_{ij} akkor szerepel a **kék** szorzatban, ha $g(i) = j$.

A **zöld** és **kék** szorzatok tényezői ugyanazok. Ezért

$$i = f(j) \iff g(i) = j. \text{ Ez azt jelenti, hogy } g = f^{-1}.$$

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a **zöld** szorzatban, ha $i = f(j)$.

Az a_{ij} akkor szerepel a **kék** szorzatban, ha $g(i) = j$.

A **zöld** és **kék** szorzatok tényezői ugyanazok. Ezért

$i = f(j) \iff g(i) = j$. Ez azt jelenti, hogy $g = f^{-1}$.

Tehát a $\det(M^T)$ -ban szereplő, $f \in S_n$ -hez tartozó tag

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a **zöld** szorzatban, ha $i = f(j)$.

Az a_{ij} akkor szerepel a **kék** szorzatban, ha $g(i) = j$.

A **zöld** és **kék** szorzatok tényezői ugyanazok. Ezért

$$i = f(j) \iff g(i) = j. \text{ Ez azt jelenti, hogy } g = f^{-1}.$$

Tehát a $\det(M^T)$ -ban szereplő, $f \in S_n$ -hez tartozó tag megegyezik a $\det(M)$ -beli $g = f^{-1} \in S_n$ -hez tartozó taggal.

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a **zöld** szorzatban, ha $i = f(j)$.

Az a_{ij} akkor szerepel a **kék** szorzatban, ha $g(i) = j$.

A **zöld** és **kék** szorzatok tényezői ugyanazok. Ezért

$$i = f(j) \iff g(i) = j. \text{ Ez azt jelenti, hogy } g = f^{-1}.$$

Tehát a $\det(M^T)$ -ban szereplő, $f \in S_n$ -hez tartozó tag megegyezik a $\det(M)$ -beli $g = f^{-1} \in S_n$ -hez tartozó taggal.

Mivel $\text{sg}(f^{-1}) = \text{sg}(f)$,

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a **zöld** szorzatban, ha $i = f(j)$.

Az a_{ij} akkor szerepel a **kék** szorzatban, ha $g(i) = j$.

A **zöld** és **kék** szorzatok tényezői ugyanazok. Ezért

$$i = f(j) \iff g(i) = j. \text{ Ez azt jelenti, hogy } g = f^{-1}.$$

Tehát a $\det(M^T)$ -ban szereplő, $f \in S_n$ -hez tartozó tag megegyezik a $\det(M)$ -beli $g = f^{-1} \in S_n$ -hez tartozó taggal.

Mivel $\text{sg}(f^{-1}) = \text{sg}(f)$, ezért a két tag előjele is ugyanaz.

A transzponált determinánása

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = \sum_{g \in S_n} \text{sg}(g) a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

$$M^T = ((b_{ij})) \implies \det(M^T) = \sum_{f \in S_n} \text{sg}(f) b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)}.$$

Transzponálásnál az indexeket meg kell cserélni: $b_{ji} = a_{ij}$.

$$b_{1f(1)} b_{2f(2)} \dots b_{nf(n)} = a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n}.$$

Rakjuk sorba az első index szerint e szorzat tényezőit:

$$a_{f(1)1} a_{f(2)2} \dots a_{f(n)n} = a_{1g(1)} a_{2g(2)} \dots a_{ng(n)}.$$

A $b_{ji} = a_{ij}$ akkor szerepel a **zöld** szorzatban, ha $i = f(j)$.

Az a_{ij} akkor szerepel a **kék** szorzatban, ha $g(i) = j$.

A **zöld** és **kék** szorzatok tényezői ugyanazok. Ezért

$i = f(j) \iff g(i) = j$. Ez azt jelenti, hogy $g = f^{-1}$.

Tehát a $\det(M^T)$ -ban szereplő, $f \in S_n$ -hez tartozó tag megegyezik a $\det(M)$ -beli $g = f^{-1} \in S_n$ -hez tartozó taggal.

Mivel $\text{sg}(f^{-1}) = \text{sg}(f)$, ezért a két tag előjele is ugyanaz.

Az $f \leftrightarrow f^{-1}$ kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés S_n -en. □

A tulajdonságok összefoglalása

Ma beláttuk:

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

A tulajdonságok összefoglalása

Ma beláttuk:

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.

A tulajdonságok összefoglalása

Ma beláttuk:

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő,

A tulajdonságok összefoglalása

Ma beláttuk:

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

A tulajdonságok összefoglalása

Ma beláttuk:

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1,

A tulajdonságok összefoglalása

Ma beláttuk:

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

A tulajdonságok összefoglalása

Ma beláttuk:

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié

A tulajdonságok összefoglalása

Ma beláttuk:

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).

A tulajdonságok összefoglalása

Ma beláttuk:

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).

Állítás

Az (1) és (2) tulajdonságok, valamint az, hogy az egységmátrix determinánsa 1, a determináns értékét **egyértelműen meghatározzák**.

A tulajdonságok összefoglalása

Ma beláttuk:

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (1) Minden oszlopában lineáris.
- (2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.
- (3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.
- (6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).

Állítás

Az (1) és (2) tulajdonságok, valamint az, hogy az egységmátrix determinánsa 1, a determináns értékét **egyértelműen meghatározzák**. **Biz:** Gauss-elimináció.

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk,

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$ bármely két mátrixra.

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$ bármely két mátrixra.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható,

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$ bármely két mátrixra.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható, ha determinánsa nem nulla.

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$ bármely két mátrixra.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható, ha determinánsa nem nulla.

Múltkor láttuk:

Az (1) és (2) tulajdonságból a (4) és az (5) **oszlopvektorokkal** való egyszerű számolás.

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$ bármely két mátrixra.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható, ha determinánisa nem nulla.

Múltkor láttuk:

Az (1) és (2) tulajdonságból a (4) és az (5) **oszlopvektorokkal** való egyszerű számolás.

A (8) az **inverz aldeterminánsos képletéből** következik.

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$ bármely két mátrixra.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható, ha determinánisa nem nulla.

Múltkor láttuk:

Az (1) és (2) tulajdonságból a (4) és az (5) **oszlopvektorokkal** való egyszerű számolás.

A (8) az **inverz aldeterminánsos képletéből** következik.

A (7) szorzattartási tulajdonságot jövőre igazoljuk.

A többi tulajdonság

Ha T test, akkor $T^{n \times n}$ -en értelmezett determinánsra igaz:

- (4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.
- (5) Bármely két oszlop cseréjekor előjelet vált.
- (7) $\det(MN) = \det(M) \det(N)$ bármely két mátrixra.
- (8) Egy mátrix akkor invertálható, ha determinánisa nem nulla.

Múltkor láttuk:

Az (1) és (2) tulajdonságból a (4) és az (5) **oszlopvektorokkal** való egyszerű számolás.

A (8) az **inverz aldeterminánsos képletéből** következik.

A (7) szorzattartási tulajdonságot jövőre igazoljuk.

Irodalom: Freud-jegyzet, 1. Fejezet.