Algebra1, alapszint

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
ewkiss@cs.elte.hu

19. előadás

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van.

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.
Az átrendezés egy f függvény:

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.
Az átrendezés egy f függvény:

$f(\text{alma}) = \text{barack}$,

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.
Az átrendezés egy f függvény:

$f(\text{alma}) = \text{barack}, \quad f(\text{szilva}) = \text{alma},$

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.
Az átrendezés egy f függvény:

$f(\text{alma}) = \text{barack}$, $f(\text{szilva}) = \text{alma}$, $f(\text{barack}) = \text{szilva}$.

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.

Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.

Az átrendezés egy f függvény:

$f(\text{alma}) = \text{barack}, \quad f(\text{szilva}) = \text{alma}, \quad f(\text{barack}) = \text{szilva}.$

Az $f(x)$ az x helyére tett tárgy.

A permutáció mint átrendezés

Tétel

Ha van n tárgyunk, akkor ezeket

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i$$

különböző módon tudjuk sorba rakni.
Az itt szereplő $n!$ szám neve: n faktoriális.

Permutálás

alma, szilva, barack

Ilyen sorrend $3! = 6$-féle van. Átrendezhetjük így:

barack, alma, szilva

Összesen $3! = 6$-féle átrendezés lehetséges.
Az átrendezés egy f függvény:

$f(\text{alma}) = \text{barack}, \quad f(\text{szilva}) = \text{alma}, \quad f(\text{barack}) = \text{szilva}.$

Az $f(x)$ az x helyére tett tárgy. Az f kölcsönösen egyértelmű.

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli.

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz **permutációinak** nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés: S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza.

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz **permutációinak** nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés: S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza. Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés: S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza. Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés: S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza. Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$,

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés: S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza. Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$, $f(2) = 4$,

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés: S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza. Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 3$,

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés: S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza. Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 3$, $f(4) = 1$.

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés: S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza. Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 3$, $f(4) = 1$.
Mindkét sorban felsoroljuk az X halmaz összes elemét.

A permutáció mint bijekció

Definíció

Legyen X (rendszerint véges) halmaz.
Az X halmazt önmagára képező kölcsönösen egyértelmű függvényeket az X halmaz permutációinak nevezük.
Ezek összességét S_X jelöli. Rövid jelölés: S_n az $\{1, 2, \ldots, n\}$ összes permutációinak a halmaza. Tehát az S_n elemszáma $n!$.

A permutációk jelölése

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

azt jelenti, hogy $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 3$, $f(4) = 1$.
Mindkét sorban felsoroljuk az X halmaz összes elemét.
Az f függvény a felső sor minden elemét az alatta lévőbe képzi.

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció,

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba,

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi,

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y cseréje az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig fixen hagyja,

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1, 2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1, 2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2, 3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1, 2) \circ (2, 3)$:

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1, 2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2, 3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1, 2) \circ (2, 3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2,$

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1, 2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2, 3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1, 2) \circ (2, 3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2, \;\; 2 \mapsto 3 \mapsto 3,$

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1,2) \circ (2,3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2, \;\; 2 \mapsto 3 \mapsto 3, \;\; 3 \mapsto 2 \mapsto 1.$

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1, 2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2, 3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1, 2) \circ (2, 3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2, \; 2 \mapsto 3 \mapsto 3, \; 3 \mapsto 2 \mapsto 1.$

$$(1, 2) \circ (2, 3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1,2) \circ (2,3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2,\ \ 2 \mapsto 3 \mapsto 3,\ \ 3 \mapsto 2 \mapsto 1.$

$$(1,2) \circ (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2,3) \circ (1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Transzpozíció

Definíció

Legyen X halmaz és $x \neq y \in X$.
Az x és y **cseréje** az az $f = (x, y)$-nal jelölt permutáció, amely az x-et y-ba, az y-t x-be viszi, a X többi elemét pedig **fixen hagyja**, azaz saját magába képzi.
Az ilyen permutációkat cserének vagy **transzpozíciónak** hívjuk.

Példa

$$(1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$(1,2) \circ (2,3) : 1 \mapsto 1 \mapsto 2, \;\; 2 \mapsto 3 \mapsto 3, \;\; 3 \mapsto 2 \mapsto 1.$

$$(1,2) \circ (2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \neq (2,3) \circ (1,2) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés

Ezentúl permutációk kompozícióját **szorzásnak** nevezzük,

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük, és egymás mellé írással jelöljük.

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük, és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük, és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van, ami odavaló,

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük, és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van, ami odavaló, akkor odacseréljük azt, ami odavaló.

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük, és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van, ami odavaló, akkor odacseréljük azt, ami odavaló.
Ezután a balról második helyre cseréljük oda azt, ami odavaló.

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van,
ami odavaló, akkor odacseréljük azt, ami odavaló.
Ezután a balról második helyre cseréljük oda azt, ami odavaló.
Az eljárást folytatva minden tárgy a helyére kerül. $\square$

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van,
ami odavaló, akkor odacseréljük azt, ami odavaló.
Ezután a balról második helyre cseréljük oda azt, ami odavaló.
Az eljárást folytatva minden tárgy a helyére kerül. □

A szükséges cserék száma a legrosszabb esetben is

Minden permutáció cserék szorzata

Elnevezés

Ezentúl permutációk kompozícióját szorzásnak nevezzük,
és egymás mellé írással jelöljük.

Tétel

Minden permutáció cserék (transzpozíciók) szorzata.

Bizonyítás

Ha a legbaloldali helyen nem az a tárgy van,
ami odavaló, akkor odacseréljük azt, ami odavaló.
Ezután a balról második helyre cseréljük oda azt, ami odavaló.
Az eljárást folytatva minden tárgy a helyére kerül. $\square$

A szükséges cserék száma a legrosszabb esetben is
eggyel kevesebb, mint a tárgyak száma.

Példák cserék szorzatára

Példa

$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ előállítása cserék szorzataként:

Példák cserék szorzatára

Példa

$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ előállítása cserék szorzataként:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$(1, 2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ előállítása cserék szorzataként:}$$

$$(1, 2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ előállítása cserék szorzataként:

$(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ előállítása cserék szorzataként:

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

De $f = (1,2)(2,4)(3,5)$

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix} \text{ előállítása cserék szorzataként:}$$

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

De $f = (1,2)(2,4)(3,5) = (1,5)(1,4)(3,5)(1,2)(3,4)$ is igaz.

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

De $f = (1,2)(2,4)(3,5) = (1,5)(1,4)(3,5)(1,2)(3,4)$ is igaz.
Azaz f többféleképpen is felírható cserék szorzataként.

Példák cserék szorzatára

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$ előállítása cserék szorzataként:

$f = (3,5)(1,4)(1,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

De $f = (1,2)(2,4)(3,5) = (1,5)(1,4)(3,5)(1,2)(3,4)$ is igaz.
Azaz f többféleképpen is felírható cserék szorzataként.

Tétel

Nem fordulhat elő, hogy egy permutáció páratlan sok, és páros sok csere szorzataként is felírható.

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek **inverzióban állnak.**

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll:

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek **inverzióban állnak.**
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: 21,

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek **inverzióban állnak.**
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: $21, 41,$

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: 21, 41, 43,

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: 21, 41, 43, 51,

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: $21, 41, 43, 51, 53$.

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: $21, 41, 43, 51, 53$.
Nem áll inverzióban:

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: 21, 41, 43, 51, 53.
Nem áll inverzióban: 24,

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: 21, 41, 43, 51, 53.
Nem áll inverzióban: 24, 25,

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: 21, 41, 43, 51, 53.
Nem áll inverzióban: 24, 25, 23,

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek **inverzióban állnak.**
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: 21, 41, 43, 51, 53.
Nem áll inverzióban: 24, 25, 23, 45,

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: 21, 41, 43, 51, 53.
Nem áll inverzióban: 24, 25, 23, 45, 13.

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: 21, 41, 43, 51, 53.
Nem áll inverzióban: 24, 25, 23, 45, 13.
Az inverziók száma tehát 5.

Az inverzió fogalma

Definíció

Legyen $f \in S_n$ egy permutáció és $1 \leq i < j \leq n$.
Ha $f(i) > f(j)$, akkor azt mondjuk, hogy ezek inverzióban állnak.
Ha $f(i) < f(j)$, akkor nem állnak inverzióban.

Példa

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Az $\binom{5}{2} = 10$ párból inverzióban áll: 21, 41, 43, 51, 53.
Nem áll inverzióban: 24, 25, 23, 45, 13.
Az inverziók száma tehát 5.
Az S_n egy permutációjának maximum $\binom{n}{2}$ inverziója lehet.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma I,

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma I, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^I$.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma I, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^I$.

Az előjelek szorzástétele (Kiss-jegyzet, 4.2.9. Lemma)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma I, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^I$.

Az előjelek szorzástétele (Kiss-jegyzet, 4.2.9. Lemma)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. Biz: jövőre.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma I, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^I$.

Az előjelek szorzástétele (Kiss-jegyzet, 4.2.9. Lemma)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. Biz: jövőre.

Állítás

Minden transzpozíció előjele -1.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma I, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^I$.

Az előjelek szorzástétele (Kiss-jegyzet, 4.2.9. Lemma)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. Biz: jövőre.

Állítás

Minden transzpozíció előjele -1. Biz: később.

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma I, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^I$.

Az előjelek szorzástétele (Kiss-jegyzet, 4.2.9. Lemma)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. Biz: jövőre.

Állítás

Minden transzpozíció előjele -1. Biz: később.
Ezért a páros permutációk páros sok csere,

Permutáció előjele

Definíció

Az f permutáció páros, ha az inverziók száma páros.
Ekkor az f előjele $+1$. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = 1$.
Az f permutáció páratlan, ha az inverziók száma páratlan.
Ekkor az f előjele -1. Jelölés: $\mathrm{sg}(f) = -1$.
Vagyis ha az inverziók száma I, akkor $\mathrm{sg}(f) = (-1)^I$.

Az előjelek szorzástétele (Kiss-jegyzet, 4.2.9. Lemma)

Ha $f, g \in S_n$, akkor $\mathrm{sg}(fg) = \mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(g)$. Biz: jövőre.

Állítás

Minden transzpozíció előjele -1. Biz: később.
Ezért a páros permutációk páros sok csere, a páratlan permutációk páratlan sok csere szorzataként kaphatók.

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden).

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: *id*.

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: *id*. Tehát $id(x) = x$.

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: *id*. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció,

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: *id*. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett:

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: *id*. Tehát $id(x) = x$. Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x$

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: *id*. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.11. Következmény

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.11. Következmény

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van,

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.11. Következmény

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: *id*. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.11. Következmény

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.11. Következmény

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.11. Következmény

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Bizonyítás: $(1) - (3)$ nyilvánvaló.

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: *id*. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.11. Következmény

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Bizonyítás: (1) – (3) nyilvánvaló. A (4) a szorzástételből következik:

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.11. Következmény

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Bizonyítás: (1) – (3) nyilvánvaló. A (4) a szorzástételből következik: $\mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(ff^{-1})$

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.11. Következmény

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Bizonyítás: (1) – (3) nyilvánvaló. A (4) a szorzástételből következik: $\mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(ff^{-1}) = \mathrm{sg}(id)$

Permutáció inverze

Definíció

Az identikus permutáció minden elemet helyben hagy (vagyis nem változtat a sorrenden). Jele: id. Tehát $id(x) = x$.
Az f permutáció inverze az a $g = f^{-1}$ permutáció, amely visszacsinálja, amit f elvégzett: $g\big(f(x)\big) = x = f\big(g(x)\big)$.

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.11. Következmény

(1) Tetszőleges f permutációra $id \circ f = f \circ id = f$.

(2) Az identitásban nulla darab inverzió van, így előjele $+1$.

(3) Tetszőleges f permutációra $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = id$.

(4) Tetszőleges f permutációra $\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(f)$.

Bizonyítás: (1) – (3) nyilvánvaló. A (4) a szorzástételből következik: $\mathrm{sg}(f)\mathrm{sg}(f^{-1}) = \mathrm{sg}(ff^{-1}) = \mathrm{sg}(id) = 1$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van,

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be,

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi,

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cseréjében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges.

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cseréjében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1$ hiszen $g(1) = i$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cseréjében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2$ hiszen $g(1) = i$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cseréjében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cseréében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1, 2) \circ g^{-1} = (i, j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i,j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k)$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cserében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i, j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k)$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cseréjében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i, j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cseréjében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i, j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.
A szorzástétel miatt $\mathrm{sg}\big((i,j)\big) =$

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cseréjében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1, 2) \circ g^{-1} = (i, j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i, j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.
A szorzástétel miatt $\mathrm{sg}\big((i, j)\big) = \mathrm{sg}\big(g \circ (1, 2) \circ g^{-1}\big) =$

Csere előjele

Állítás

Az $(1,2)$ cseréében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i,j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1,2) \circ g^{-1} = (i,j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i, j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.
A szorzástétel miatt $\mathrm{sg}\big((i,j)\big) = \mathrm{sg}\big(g \circ (1,2) \circ g^{-1}\big) =$
$= \mathrm{sg}(g)\mathrm{sg}\big((1,2)\big)\mathrm{sg}(g^{-1})$

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cseréjében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1, 2) \circ g^{-1} = (i, j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i, j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.
A szorzástétel miatt $\operatorname{sg}\big((i, j)\big) = \operatorname{sg}\big(g \circ (1, 2) \circ g^{-1}\big) =$
$= \operatorname{sg}(g)\operatorname{sg}\big((1, 2)\big)\operatorname{sg}(g^{-1}) = (-1)\operatorname{sg}(g)\operatorname{sg}(g^{-1})$

Csere előjele

Állítás

Az $(1, 2)$ cseréjében csak a 21 inverzió van, így előjele -1. $\square$

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.12. Lemma)

Általában, az (i, j) csere előjele is -1.

Bizonyítás

Legyen g egy olyan permutáció, ami az 1-et i-be, a 2-t j-be viszi, a többi helyen pedig az értéke tetszőleges. Ekkor

$$g \circ (1, 2) \circ g^{-1} = (i, j).$$

Valóban: $i \mapsto 1 \mapsto 2 \mapsto j$, hiszen $g(1) = i$. Hasonlóan $j \mapsto i$.
Végül ha $k \neq i, j$, akkor $k \mapsto g^{-1}(k) \mapsto g^{-1}(k) \mapsto k$.
A szorzástétel miatt $\mathrm{sg}\big((i, j)\big) = \mathrm{sg}\big(g \circ (1, 2) \circ g^{-1}\big) =$
$= \mathrm{sg}(g)\mathrm{sg}\big((1, 2)\big)\mathrm{sg}(g^{-1}) = (-1)\mathrm{sg}(g)\mathrm{sg}(g^{-1}) = -1.$ $\square$

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1, 2)$-t rendel.

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1, 2)$-t rendel.
Mivel $(1, 2)$ páratlan,

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1, 2)$-t rendel.
Mivel $(1, 2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant,

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1, 2)$-t rendel.
Mivel $(1, 2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1, 2)$-t rendel.
Mivel $(1, 2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű,

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1, 2)$-t rendel.
Mivel $(1, 2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1, 2)$-t rendel.
Mivel $(1, 2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$\big(f \circ (1, 2)\big) \circ (1, 2)$

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$\big(f \circ (1,2)\big) \circ (1,2) = f \circ \big((1,2) \circ (1,2)\big)$

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$\big(f \circ (1,2)\big) \circ (1,2) = f \circ \big((1,2) \circ (1,2)\big) = f \circ id$

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1, 2)$-t rendel.
Mivel $(1, 2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:

$$\big(f \circ (1, 2)\big) \circ (1, 2) = f \circ \big((1, 2) \circ (1, 2)\big) = f \circ id = f,$$

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$\big(f \circ (1,2)\big) \circ (1,2) = f \circ \big((1,2) \circ (1,2)\big) = f \circ id = f$,
azaz ha kétszer csináljuk, visszakapjuk az eredeti f-et. □

A páros permutációk száma

Állítás (Kiss-jegyzet, 4.2.16. Következmény)

Ha $n \geq 2$, akkor S_n-ben a páros és páratlan permutációk száma egyaránt $n!/2$.

Bizonyítás

Elég: ugyanannyi páros és páratlan permutáció van.
Megadunk köztük egy kölcsönösen egyértelmű megfeleltetést.
Ez az f-hez $f \circ (1,2)$-t rendel.
Mivel $(1,2)$ páratlan, az előjelek szorzástétele miatt
páros permutációhoz páratlant, páratlanhoz párosat rendel.
Kölcsönösen egyértelmű, mert önmagának az inverze:
$\big(f \circ (1,2)\big) \circ (1,2) = f \circ \big((1,2) \circ (1,2)\big) = f \circ id = f$,
azaz ha kétszer csináljuk, visszakapjuk az eredeti f-et. $\square$

Ugyanez $(1,2)$ helyett minden (i,j)-re megy.

A 3 × 3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak,

A 3 × 3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.

A 3 × 3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.

A 3 × 3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ezek előjele $+1$

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} .$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ezek előjele $+1$ (rendre 0, 2, 2 darab inverzió).

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ezek előjele $+1$ (rendre 0, 2, 2 darab inverzió).
A negatív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ezek előjele $+1$ (rendre 0, 2, 2 darab inverzió).
A negatív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - $$
$$ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 1\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

Ezek előjele $+1$ (rendre 0, 2, 2 darab inverzió).
A negatív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 2 & 1\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 3 & 2\end{bmatrix}$$

A 3 × 3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ezek előjele $+1$ (rendre 0, 2, 2 darab inverzió).
A negatív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

A 3 × 3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ezek előjele $+1$ (rendre 0, 2, 2 darab inverzió).
A negatív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Ezek előjele -1

A 3×3-as determináns elemzése

$$M = ((a_{ij})) \implies \det(M) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}\,.$$

Mind a hat tagban (pl. $a_{12}a_{23}a_{31}$-ben) az első indexek: 1, 2, 3.
Ez azt jelenti, hogy minden sorban van egy tényező.
A második indexek egy PERMUTÁCIÓT adnak, pl. 2, 3, 1.
Ez azt jelenti, hogy minden oszlopban van egy tényező.
A pozitív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Ezek előjele $+1$ (rendre 0, 2, 2 darab inverzió).
A negatív előjellel ellátott tagokhoz tartozó három permutáció:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Ezek előjele -1 (rendre 3, 1, 1 darab inverzió).

A 3×3-as determináns permutációs képlete

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad f_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad f_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad f_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{sg}(f_1) = \mathrm{sg}(f_2) = \mathrm{sg}(f_3) = +1, \quad \mathrm{sg}(f_4) = \mathrm{sg}(f_5) = \mathrm{sg}(f_6) = -1.$$

A 3×3-as determináns permutációs képlete

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad f_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad f_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad f_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{sg}(f_1) = \mathrm{sg}(f_2) = \mathrm{sg}(f_3) = +1, \quad \mathrm{sg}(f_4) = \mathrm{sg}(f_5) = \mathrm{sg}(f_6) = -1.$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} =$$

A 3 × 3-as determináns permutációs képlete

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad f_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad f_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad f_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{sg}(f_1) = \mathrm{sg}(f_2) = \mathrm{sg}(f_3) = +1, \quad \mathrm{sg}(f_4) = \mathrm{sg}(f_5) = \mathrm{sg}(f_6) = -1.$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} =$$
$$= \mathrm{sg}(f_1)a_{1f_1(1)}a_{2f_1(2)}a_{3f_1(3)} +$$

A 3×3-as determináns permutációs képlete

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad f_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad f_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad f_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{sg}(f_1) = \mathrm{sg}(f_2) = \mathrm{sg}(f_3) = +1, \quad \mathrm{sg}(f_4) = \mathrm{sg}(f_5) = \mathrm{sg}(f_6) = -1.$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$

$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} =$$

$$= \mathrm{sg}(f_1)a_{1f_1(1)}a_{2f_1(2)}a_{3f_1(3)} + \mathrm{sg}(f_2)a_{1f_2(1)}a_{2f_2(2)}a_{3f_2(3)} +$$

A 3×3-as determináns permutációs képlete

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad f_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad f_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad f_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{sg}(f_1) = \mathrm{sg}(f_2) = \mathrm{sg}(f_3) = +1, \quad \mathrm{sg}(f_4) = \mathrm{sg}(f_5) = \mathrm{sg}(f_6) = -1.$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} =$$
$$= \mathrm{sg}(f_1)a_{1f_1(1)}a_{2f_1(2)}a_{3f_1(3)} + \mathrm{sg}(f_2)a_{1f_2(1)}a_{2f_2(2)}a_{3f_2(3)} +$$
$$+ \mathrm{sg}(f_3)a_{1f_3(1)}a_{2f_3(2)}a_{3f_3(3)} +$$

A 3×3-as determináns permutációs képlete

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad f_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad f_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad f_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{sg}(f_1) = \mathrm{sg}(f_2) = \mathrm{sg}(f_3) = +1, \quad \mathrm{sg}(f_4) = \mathrm{sg}(f_5) = \mathrm{sg}(f_6) = -1.$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} =$$
$$= \mathrm{sg}(f_1)a_{1f_1(1)}a_{2f_1(2)}a_{3f_1(3)} + \mathrm{sg}(f_2)a_{1f_2(1)}a_{2f_2(2)}a_{3f_2(3)} +$$
$$+ \mathrm{sg}(f_3)a_{1f_3(1)}a_{2f_3(2)}a_{3f_3(3)} + \mathrm{sg}(f_4)a_{1f_4(1)}a_{2f_4(2)}a_{3f_4(3)} +$$

A 3 × 3-as determináns permutációs képlete

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad f_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad f_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad f_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{sg}(f_1) = \mathrm{sg}(f_2) = \mathrm{sg}(f_3) = +1, \quad \mathrm{sg}(f_4) = \mathrm{sg}(f_5) = \mathrm{sg}(f_6) = -1.$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} =$$
$$= \mathrm{sg}(f_1)a_{1f_1(1)}a_{2f_1(2)}a_{3f_1(3)} + \mathrm{sg}(f_2)a_{1f_2(1)}a_{2f_2(2)}a_{3f_2(3)} +$$
$$+ \mathrm{sg}(f_3)a_{1f_3(1)}a_{2f_3(2)}a_{3f_3(3)} + \mathrm{sg}(f_4)a_{1f_4(1)}a_{2f_4(2)}a_{3f_4(3)} +$$
$$+ \mathrm{sg}(f_5)a_{1f_5(1)}a_{2f_5(2)}a_{3f_6(3)} +$$

A 3×3-as determináns permutációs képlete

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \quad f_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad f_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad f_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{sg}(f_1) = \mathrm{sg}(f_2) = \mathrm{sg}(f_3) = +1, \quad \mathrm{sg}(f_4) = \mathrm{sg}(f_5) = \mathrm{sg}(f_6) = -1.$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} =$$
$$= \mathrm{sg}(f_1)a_{1f_1(1)}a_{2f_1(2)}a_{3f_1(3)} + \mathrm{sg}(f_2)a_{1f_2(1)}a_{2f_2(2)}a_{3f_2(3)} +$$
$$+ \mathrm{sg}(f_3)a_{1f_3(1)}a_{2f_3(2)}a_{3f_3(3)} + \mathrm{sg}(f_4)a_{1f_4(1)}a_{2f_4(2)}a_{3f_4(3)} +$$
$$+ \mathrm{sg}(f_5)a_{1f_5(1)}a_{2f_5(2)}a_{3f_6(3)} + \mathrm{sg}(f_6)a_{1f_6(1)}a_{2f_6(2)}a_{3f_6(3)} =$$

A 3×3-as determináns permutációs képlete

$$f_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \qquad f_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad f_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \qquad f_5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad f_6 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{sg}(f_1) = \mathrm{sg}(f_2) = \mathrm{sg}(f_3) = +1, \quad \mathrm{sg}(f_4) = \mathrm{sg}(f_5) = \mathrm{sg}(f_6) = -1.$$

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} =$$
$$= \mathrm{sg}(f_1)a_{1f_1(1)}a_{2f_1(2)}a_{3f_1(3)} + \mathrm{sg}(f_2)a_{1f_2(1)}a_{2f_2(2)}a_{3f_2(3)} +$$
$$+ \mathrm{sg}(f_3)a_{1f_3(1)}a_{2f_3(2)}a_{3f_3(3)} + \mathrm{sg}(f_4)a_{1f_4(1)}a_{2f_4(2)}a_{3f_4(3)} +$$
$$+ \mathrm{sg}(f_5)a_{1f_5(1)}a_{2f_5(2)}a_{3f_6(3)} + \mathrm{sg}(f_6)a_{1f_6(1)}a_{2f_6(2)}a_{3f_6(3)} =$$
$$= \sum_{f \in S_3} \mathrm{sg}(f)a_{1f(1)}a_{2f(2)}a_{3f(3)} .$$

Az $n \times n$-es determináns definíciója

Definíció

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$-es mátrix.

Az $n \times n$-es determináns definíciója

Definíció

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$-es mátrix. Ekkor az M determinánsa legyen

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \mathrm{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Az $n \times n$-es determináns definíciója

Definíció

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$-es mátrix.
Ekkor az M determinánsa legyen

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \mathrm{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Példa

Az 5×5-ös determináns $5! = 120$ tagból áll.

Az $n \times n$-es determináns definíciója

Definíció

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$-es mátrix.
Ekkor az M determinánsa legyen

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \mathrm{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Példa

Az 5×5-ös determináns $5! = 120$ tagból áll. Az

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

permutáció előjele -1

Az $n \times n$-es determináns definíciója

Definíció

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$-es mátrix. Ekkor az M determinánsa legyen

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \operatorname{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Példa

Az 5×5-ös determináns $5! = 120$ tagból áll. Az

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

permutáció előjele -1 (láttuk, hogy 5 inverzió van).

Az $n \times n$-es determináns definíciója

Definíció

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$-es mátrix. Ekkor az M determinánsa legyen

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \operatorname{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Példa

Az 5×5-ös determináns $5! = 120$ tagból áll. Az

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

permutáció előjele -1 (láttuk, hogy 5 inverzió van). Az ehhez tartozó tag $-a_{12}a_{24}a_{35}a_{41}a_{53}$.

Az $n \times n$-es determináns definíciója

Definíció

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$-es mátrix. Ekkor az M determinánsa legyen

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \mathrm{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \dots a_{nf(n)}.$$

Példa

Az 5×5-ös determináns $5! = 120$ tagból áll. Az

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

permutáció előjele -1 (láttuk, hogy 5 inverzió van).
Az ehhez tartozó tag $-a_{12} a_{24} a_{35} a_{41} a_{53}$.
FONTOS: ezt az előjelet NEM a sakktáblaszabály adja!

Az $n \times n$-es determináns definíciója

Definíció

Legyen T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times n}$ egy $n \times n$-es mátrix.
Ekkor az M determinánsa legyen

$$\det(M) = \sum_{f \in S_n} \operatorname{sg}(f) a_{1f(1)} a_{2f(2)} \ldots a_{nf(n)}.$$

Példa

Az 5×5-ös determináns $5! = 120$ tagból áll. Az

$$f = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

permutáció előjele -1 (láttuk, hogy 5 inverzió van).
Az ehhez tartozó tag $-a_{12}a_{24}a_{35}a_{41}a_{53}$.
FONTOS: ezt az előjelet NEM a sakktáblaszabály adja!

Irodalom: Freud-jegyzet, 1. Fejezet.