Algebra1, alapszint

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
ewkiss@cs.elte.hu

17. előadás

2×2-es mátrix inverze

Állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze

2×2-es mátrix inverze

Állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

2×2-es mátrix inverze

Állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

2×2-es mátrix inverze

Állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük,

2×2-es mátrix inverze

Állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

2×2-es mátrix inverze

Állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

Bizonyítás

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$$

2×2-es mátrix inverze

Állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

Bizonyítás

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ad + c(-b) & a(-c) + ca \\ bd + d(-b) & b(-c) + da \end{bmatrix} =$$

2×2-es mátrix inverze

Állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

Bizonyítás

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ad + c(-b) & a(-c) + ca \\ bd + d(-b) & b(-c) + da \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} ad - bc & 0 \\ 0 & ad - bc \end{bmatrix}.$$

2×2-es mátrix inverze

Állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

Bizonyítás

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ad + c(-b) & a(-c) + ca \\ bd + d(-b) & b(-c) + da \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} ad - bc & 0 \\ 0 & ad - bc \end{bmatrix}.$$

Ezt $ad - bc$-vel osztva az egységmátrixok kapjuk.

2×2-es mátrix inverze

Állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

A főátló két elemét megcseréljük, a mellékátló előjelet vált.

Bizonyítás

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ad + c(-b) & a(-c) + ca \\ bd + d(-b) & b(-c) + da \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} ad - bc & 0 \\ 0 & ad - bc \end{bmatrix}.$$

Ezt $ad - bc$-vel osztva az egységmátrixok kapjuk.

HF: Ellenőrizzük a szorzást a másik sorrendben is.

A 2×2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor az M **determinánsa**.

A 2×2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M **determinánsa**.

A 2×2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánsa.

Lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A 2×2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánsa.

Lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

Bizonyítás

$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$,

A 2×2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánsa.

Lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

Bizonyítás

$$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix},$$

A 2×2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánsa.

Lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

Bizonyítás

$$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix},\ MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

A 2×2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánsa.

Lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

Bizonyítás

$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$, $MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}$.

$\det(MN) = (aa' + cb')(bc' + dd')$

A 2×2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M **determinánsa**.

Lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

Bizonyítás

$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$, $MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}$.

$\det(MN) = (aa' + cb')(bc' + dd') - (ac' + cd')(ba' + db')$.

A 2 × 2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M **determinánsa**.

Lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

Bizonyítás

$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, $N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}$, $MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}$.

$\det(MN) = (aa' + cb')(bc' + dd') - (ac' + cd')(ba' + db')$.

$\det(M)\det(N) = (ad - bc)$

A 2×2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M determinánsa.

Lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

Bizonyítás

$$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix}, MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

$\det(MN) = (aa' + cb')(bc' + dd') - (ac' + cd')(ba' + db')$.

$\det(M)\det(N) = (ad - bc)(a'd' - b'c')$.

A 2×2-es mátrix determinánsa

Definíció

Ha $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$, akkor $\det(M) = ad - bc$ az M **determinánsa**.

Lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

Bizonyítás

$$M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix},\ N = \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix},\ MN = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

$\det(MN) = (aa' + cb')(bc' + dd') - (ac' + cd')(ba' + db')$.

$\det(M)\det(N) = (ad - bc)(a'd' - b'c')$.

HF: Mindkettő $aa'dd' - ac'db' - cd'ba' + cb'bc'$.

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$,

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Előző lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Előző lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A bizonyítás befejezése

Tegyük föl, hogy M-nek van inverze:

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Előző lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A bizonyítás befejezése

Tegyük föl, hogy M-nek van inverze: $MN = E_2$.

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Előző lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A bizonyítás befejezése

Tegyük föl, hogy M-nek van inverze: $MN = E_2$.

Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Előző lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A bizonyítás befejezése

Tegyük föl, hogy M-nek van inverze: $MN = E_2$.
Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Előző lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A bizonyítás befejezése

Tegyük föl, hogy M-nek van inverze: $MN = E_2$.
Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.
$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ennek determinánsa

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Előző lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A bizonyítás befejezése

Tegyük föl, hogy M-nek van inverze: $MN = E_2$.

Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ennek determinánsa $1 \cdot 1 - 0 \cdot 0$

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Előző lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A bizonyítás befejezése

Tegyük föl, hogy M-nek van inverze: $MN = E_2$.
Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ennek determinánsa $1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1$

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad - bc}\begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Előző lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A bizonyítás befejezése

Tegyük föl, hogy M-nek van inverze: $MN = E_2$.

Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ennek determinánsa $1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1 \neq 0$.

Amikor nincs inverz

Előző állítás

Ha $ad - bc \neq 0$, akkor $M = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ inverze $\dfrac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -c \\ -b & a \end{bmatrix}$.

Ha $\det(M) = ad - bc = 0$, akkor M-nek nincs inverze.

Előző lemma

$\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A bizonyítás befejezése

Tegyük föl, hogy M-nek van inverze: $MN = E_2$.

Ekkor a lemma miatt $\det(M)\det(N) = \det(E_2)$.

$E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, ennek determinánsa $1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 = 1 \neq 0$.

Ezért $\det(M)$ sem lehet nulla. □

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} =$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} +$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} =$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ minden λ skalárra.

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ minden λ skalárra.

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris
(összegtartó,

A determináns lineáris

Állítás

$$\det \begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$\det \begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ minden λ skalárra.

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó).

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ minden λ skalárra.

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra,

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ minden λ skalárra.

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix}$$ értéke

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix}$ értéke

$(a+a')d-(b+b')c,$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$ minden λ skalárra.

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix}$ és $\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} +$ értéke

$(a+a')d-(b+b')c$,

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ minden λ skalárra.

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix}$ és $\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} +$ értéke

$(a+a')d-(b+b')c$, illetve $(ad-bc)+$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ minden λ skalárra.

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix}$ és $\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}$ értéke

$(a+a')d-(b+b')c$, illetve $(ad-bc)+$

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \text{ minden } \lambda \text{ skalárra.}$$

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix}$ és $\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}$ értéke

$(a+a')d - (b+b')c$, illetve $(ad - bc) + (a'd - b'c)$.

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ minden λ skalárra.

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix}$ és $\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}$ értéke $(a+a')d-(b+b')c$, illetve $(ad-bc)+(a'd-b'c)$.

Ezek egyenlők.

A determináns lineáris

Állítás

$$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix} = \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}.$$

$\det\begin{bmatrix} \lambda a & c \\ \lambda b & d \end{bmatrix} = \lambda \det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ minden λ skalárra.

Azaz a determináns az első oszlopában lineáris (összegtartó, és skalárszoros-tartó). Ez a két tulajdonság a második oszlopra, és mindkét sorra is érvényes.

Bizonyítás

$\det\begin{bmatrix} a+a' & c \\ b+b' & d \end{bmatrix}$ és $\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} + \det\begin{bmatrix} a' & c \\ b' & d \end{bmatrix}$ értéke $(a+a')d-(b+b')c$, illetve $(ad-bc)+(a'd-b'c)$. Ezek egyenlők. A skalárszoros-tartás bizonyítása hasonló.

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő,

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix}$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0.$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0.$$

Definíció

Az M felső háromszögmátrix,

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0.$$

Definíció

Az M felső háromszögmátrix, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0.$$

Definíció

Az M felső háromszögmátrix, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} =$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0.$$

Definíció

Az M felső háromszögmátrix, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} = ad - 0b$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0.$$

Definíció

Az M felső háromszögmátrix, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} = ad - 0b = ad,$$

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0.$$

Definíció

Az M felső háromszögmátrix, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

$\det \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} = ad - 0b = ad$, azaz felső háromszögmátrix determinánsa

Oszlopok egyenlősége

Állítás

Ha a mátrix két oszlopa egyenlő, akkor a determináns nulla.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & a \\ b & b \end{bmatrix} = ab - ba = 0.$$

Definíció

Az M felső háromszögmátrix, ha a főátló alatt csupa nulla áll.

$\det \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} = ad - 0b = ad$, azaz felső háromszögmátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk,

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás

Új jelölés: $M = [v, w]$,

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.
$\det[v + \lambda w, w]$

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.
$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$,

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.
$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.
$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó. De
$\det[\lambda w, w] = \lambda \det[w, w]$,

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.
$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó. De
$\det[\lambda w, w] = \lambda \det[w, w]$,
mert a determináns az első oszlopban skalárszoros-tartó.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.
$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó. De
$\det[\lambda w, w] = \lambda \det[w, w]$,
mert a determináns az első oszlopban skalárszoros-tartó.
Végül $\det[w, w] = 0$,

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.
$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó. De
$\det[\lambda w, w] = \lambda \det[w, w]$,
mert a determináns az első oszlopban skalárszoros-tartó.
Végül $\det[w, w] = 0$, mert a két oszlop egyenlő.

A linearitás következménye

Állítás

Ha a determináns egyik oszlopához a másik oszlop skalárszorosát hozzáadjuk, akkor a determináns nem változik.

Bizonyítás

Új jelölés: $M = [v, w]$, ahol v és w a mátrix oszlopvektorai.
$\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w] + \det[\lambda w, w]$, mert az első oszlopban a determináns összegtartó. De
$\det[\lambda w, w] = \lambda \det[w, w]$,
mert a determináns az első oszlopban skalárszoros-tartó.
Végül $\det[w, w] = 0$, mert a két oszlop egyenlő.
Ezért $\det[v + \lambda w, w] = \det[v, w]$.

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} =$$

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da =$$

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc).$$

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det\begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc).$$

Második bizonyítás

$\det[w, v] =$

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det\begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc).$$

Második bizonyítás

$\det[w, v] =$

Az első oszlophoz hozzáadjuk a másodikat.

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det\begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = \; -(ad - bc).$$

Második bizonyítás

$$\det[w, v] = \det[w + v, v] =$$

Az első oszlophoz hozzáadjuk a másodikat.

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det\begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc).$$

Második bizonyítás

$\det[w, v] = \det[w + v, v] =$

A második oszlopból kivonjuk az elsőt.

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det\begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc).$$

Második bizonyítás

$$\det[w, v] = \det[w + v, v] = \det[w + v, v - (w + v)] =$$

A második oszlopból kivonjuk az elsőt.

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det\begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc).$$

Második bizonyítás

$$\det[w, v] = \det[w + v, v] = \det[w + v, v - (w + v)] =$$
$$= \det[w + v, -w] =$$

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = \; -(ad - bc).$$

Második bizonyítás

$$\det[w, v] = \det[w + v, v] = \det[w + v, v - (w + v)] =$$
$$= \det[w + v, -w] =$$

Az első oszlophoz hozáadjuk a másodikat.

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = \ -(ad - bc).$$

Második bizonyítás

$$\det[w, v] = \ \det[w + v, v] = \ \det[w + v, v - (w + v)] =$$
$$= \det[w + v, -w] = \ \det[v, -w] =$$

Az első oszlophoz hozáadjuk a másodikat.

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det\begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc).$$

Második bizonyítás

$$\det[w, v] = \det[w+v, v] = \det[w+v, v-(w+v)] =$$
$$= \det[w+v, -w] = \det[v, -w] =$$

Kiemelünk -1-et a második oszlopból.

Oszlopcsere

Állítás

A két oszlop cseréjénél a determináns előjelet vált.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det\begin{bmatrix} c & a \\ d & b \end{bmatrix} = cb - da = -(ad - bc).$$

Második bizonyítás

$$\det[w, v] = \det[w + v, v] = \det[w + v, v - (w + v)] =$$
$$= \det[w + v, -w] = \det[v, -w] = -\det[v, w].$$

Kiemelünk -1-et a második oszlopból.

A transzponált determinánsa

Állítás

A transzponált mátrix determinánsa ugyanaz, mint az eredetié.

A transzponált determinánsa

Állítás

A transzponált mátrix determinánsa ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

A transzponált determinánsa

Állítás

A transzponált mátrix determinánsa ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} =$$

A transzponált determinánsa

Állítás

A transzponált mátrix determinánsa ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb$$

A transzponált determinánsa

Állítás

A transzponált mátrix determinánsa ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc.$$

A transzponált determinánsa

Állítás

A transzponált mátrix determinánsa ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc.$$

Állítás

Így abból, hogy a determináns az oszlopaiban lineáris,

A transzponált determinánsa

Állítás

A transzponált mátrix determinánsa ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc.$$

Állítás

Így abból, hogy a determináns az oszlopaiban lineáris, számolás nélkül következik,

A transzponált determinánsa

Állítás

A transzponált mátrix determinánsa ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc.$$

Állítás

Így abból, hogy a determináns az oszlopaiban lineáris, számolás nélkül következik, hogy a soraiban is az,

A transzponált determinánsa

Állítás

A transzponált mátrix determinánsa ugyanaz, mint az eredetié.

Bizonyítás

$$\det\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = ad - bc.$$

$$\det\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - cb = ad - bc.$$

Állítás

Így abból, hogy a determináns az oszlopaiban lineáris, számolás nélkül következik, hogy a soraiban is az, továbbá hogy sorcserénél is előjelet vált.

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix,

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix. Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.
Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.
Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.
Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.
Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.
Ezért $\det(N) = \det(N^T)$

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.
Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.
Ezért $\det(N) = \det(N^T) = -\det(M^T)$

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.
Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.
Ezért $\det(N) = \det(N^T) = -\det(M^T) = -\det(M)$.

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.
Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.
Ezért $\det(N) = \det(N^T) = -\det(M^T) = -\det(M)$.

HF: Hasonlóan lássuk be, hogy a determináns mindegyik sorában lineáris,

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.
Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.
Ezért $\det(N) = \det(N^T) = -\det(M^T) = -\det(M)$.

HF: Hasonlóan lássuk be, hogy a determináns mindegyik sorában lineáris, továbbá, hogy ha az egyik sorhoz a másik sor skalárszorosát adjuk,

Sorcsere

Állítás

Sorcserénél a determináns előjelet vált.

Mintabizonyítás

Legyen M az eredeti mátrix, N a sorcserével kapott mátrix.
Ekkor N^T oszlopcserével kapható M^T-ból.
Beláttuk, hogy oszlopcserénél a determináns előjelet vált,
azaz $\det(M^T) = -\det(N^T)$.
Beláttuk, hogy transzponáláskor a determináns nem változik,
azaz $\det(M^T) = \det(M)$ és $\det(N^T) = \det(N)$.
Ezért $\det(N) = \det(N^T) = -\det(M^T) = -\det(M)$.

HF: Hasonlóan lássuk be, hogy a determináns mindegyik sorában lineáris, továbbá, hogy ha az egyik sorhoz a másik sor skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

(3) Az egységmátrix determinánsa 1,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

(3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszögmátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

(3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszögmátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

(4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

(3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

(4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

(3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

(4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

(5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

(3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

(4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

(5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.

(6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

(3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

(4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

(5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.

(6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

(3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

(4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

(5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.

(6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).

(7) $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

(3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

(4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

(5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.

(6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).

(7) $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

(8) Egy mátrix akkor invertálható,

A megkívánt tulajdonságok

Tétel

3×3-as mátrix determinánsa is definiálható úgy, hogy

(1) Minden oszlopában lineáris.

(2) Ha két oszlop egyenlő, akkor a determináns nulla.

(3) Az egységmátrix determinánsa 1, sőt felső háromszög-mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzata.

(4) Ha az egyik oszlophoz egy másik oszlop skalárszorosát adjuk, akkor a determináns nem változik.

(5) Két oszlop cseréjekor előjelet vált.

(6) Transzponált determinánsa ugyanaz, mint az eredetié (így az oszlopokra kimondott tulajdonságok sorokra is igazak).

(7) $\det(MN) = \det(M)\det(N)$.

(8) Egy mátrix akkor invertálható, ha determinánsa nem nulla.

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{3\times 3}$,

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{3\times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - $$
$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{3\times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{3\times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{3\times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{3\times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{3\times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.
A három főátlóval párhuzamos egyenesen levő számokat összeszorozzuk,

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{3\times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$- a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.
A három főátlóval párhuzamos egyenesen levő számokat összeszorozzuk,

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{3\times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.
A három főátlóval párhuzamos egyenesen levő számokat összeszorozzuk, és ezek összegéből kivonjuk a három mellékátlóval párhuzamos egyenesen lévő számok szorzatát.

A Sarrus-szabály

Tétel

Ha T test és $M = ((a_{ij})) \in T^{3\times 3}$, akkor legyen $\det(M) =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} -$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}.$$

Ez teljesíti az előző tételben megkívánt tulajdonságokat.

Sarrus-szabály

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

Lemásoljuk az első két oszlopot a mátrix jobb oldalára.
A három főátlóval párhuzamos egyenesen levő számokat összeszorozzuk, és ezek összegéből kivonjuk a három mellékátlóval párhuzamos egyenesen lévő számok szorzatát.