Algebra1, alapszint

ELTE Algebra és Számelmélet Tanszék

Előadó: Kiss Emil
ewkiss@cs.elte.hu

16. előadás

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli,

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Példák

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2 \times 3}$,

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Példák

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Példák

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i + j)) \in T^{2\times 2}$,

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Példák

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} =$

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Példák

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Példák

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{2\times 2}$,

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Példák

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{bmatrix}$.

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Példák

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((a_{ij}+b_{ij})) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{1\times 3}$,

Mátrixok tömör jelölése

Definíció

T test. Az $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$ azt az n sorból és m oszlopból álló mátrixot jelöli, amelyben az i-edik sor j-edik eleme $a_{ij} \in T$.

Példák

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{2\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((i+j)) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} 1+1 & 1+2 \\ 2+1 & 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{2\times 2}$, akkor $M = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{bmatrix}$.

Ha $M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{1\times 3}$, akkor $M = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \lambda a_{12} & \lambda a_{13} \end{bmatrix}$.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij})) \text{ és } N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix,

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij})) \text{ és } N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T test nulleleme.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T test nulleleme. Jele: 0.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T test nulleleme. Jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix,

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T test nulleleme. Jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix, melynek minden eleme az M megfelelő elemének ellentettje.

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n\times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n\times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T test nulleleme. Jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix,
melynek minden eleme az M megfelelő elemének ellentettje.
$M = ((a_{ij}))$ ellentettje $-M = ((-a_{ij}))$

Összeg, λ-szoros, nullmátrix, ellentett

Definíció

$M = ((a_{ij}))$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{n \times m}$ mátrixok és $\lambda \in T$. Ekkor
$M + N = ((a_{ij} + b_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M és N összege
(a két mátrix megfelelő elemeit összeadjuk);
$\lambda M = ((\lambda a_{ij})) \in T^{n \times m}$ az M mátrix λ-szorosa
(a mátrix minden elemét λ-val szorozzuk).

Két mátrixot akkor lehet összeadni, ha ugyanaz a méretük.

Definíció

Az $n \times m$-es nullmátrix az a mátrix, melynek minden eleme a T test nulleleme. Jele: 0.
Egy $n \times m$-es M mátrix ellentettje az a mátrix,
melynek minden eleme az M megfelelő elemének ellentettje.
$M = ((a_{ij}))$ ellentettje $-M = ((-a_{ij})) = (-1)M$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T test egységeleme).

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda + \mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M + N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T test egységeleme).

(9) $0 \cdot M$

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T test egységeleme).

(9) $0 \cdot M \qquad = 0$,

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n \times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T test egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$,

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1\cdot M = M$ (ahol 1 a T test egységeleme).

(9) $0\cdot M = \lambda\cdot 0 = 0$, és ha $\lambda M = 0$,

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T test egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda M = 0$, akkor $\lambda = 0$

A műveleti tulajdonságok

Tétel (HF ellenőrizni)

Tetszőleges $M, N, K \in T^{n\times m}$ mátrixokra és λ, μ skalárokra

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) $(\lambda+\mu)M = \lambda M + \mu M$.

(6) $\lambda(M+N) = \lambda M + \lambda N$.

(7) $(\lambda\mu)M = \lambda(\mu M)$.

(8) $1 \cdot M = M$ (ahol 1 a T test egységeleme).

(9) $0 \cdot M = \lambda \cdot 0 = 0$, és ha $\lambda M = 0$, akkor $\lambda = 0$ vagy $M = 0$.

Sor és oszlop szorzata

Ismétlés 2×2-esre

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} =$$

Sor és oszlop szorzata

Ismétlés 2×2-esre

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix}$$

Sor és oszlop szorzata

Ismétlés 2×2-esre

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} =$$

Sor és oszlop szorzata

Ismétlés 2×2-esre

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Sor és oszlop szorzata

Ismétlés 2×2-esre

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} =$

Sor és oszlop szorzata

Ismétlés 2 × 2-esre

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax+cy \\ bx+dy \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa'+cb' & ac'+cd' \\ ba'+db' & bc'+dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1b_1 + a_2b_2 + \ldots + a_mb_m.$

Sor és oszlop szorzata

Ismétlés 2 × 2-esre

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_m b_m$.

Minden elemet a neki megfelelővel szorzunk,

Sor és oszlop szorzata

Ismétlés 2 × 2-esre

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_m b_m$.

Minden elemet a neki megfelelővel szorzunk, majd összeadjuk.

Sor és oszlop szorzata

Ismétlés 2×2-esre

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + cy \\ bx + dy \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' & c' \\ b' & d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa' + cb' & ac' + cd' \\ ba' + db' & bc' + dd' \end{bmatrix}.$$

Definíció

Legyen $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_m b_m$.

Minden elemet a neki megfelelővel szorzunk, majd összeadjuk.

2×2-es: az első mátrix sorait szoroztuk a második oszlopaival!

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix *i*-edik sorának *j*-edik eleme

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata.

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van,

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} =$$

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Állítás (HF)

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m\times k}$,

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Állítás (HF)

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m\times k}$, akkor az $MN \in T^{n\times k}$ mátrix i-edik sorának j-edik eleme

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Állítás (HF)

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m\times k}$, akkor az $MN \in T^{n\times k}$ mátrix i-edik sorának j-edik eleme

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{im}b_{mj} =$$

A szorzás definíciója

Definíció

A szorzatmátrix i-edik sorának j-edik eleme az első mátrix i-edik sorának és a második mátrix j-edik oszlopának szorzata. Ez akkor értelmes, ha az első mátrixnak ugyanannyi oszlopa van, ahány sora a másodiknak.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Állítás (HF)

Ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$ és $N = ((b_{ij})) \in T^{m\times k}$, akkor az $MN \in T^{n\times k}$ mátrix i-edik sorának j-edik eleme

$$a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{im}b_{mj} = \sum_{\ell=1}^{m} a_{i\ell}b_{\ell j}.$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} =$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$ ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, tehát nem kommutatív.

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$ ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$ tehát nem kommutatív.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tehát nem kommutatív.}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tehát nem kommutatív.}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ azaz nem nullosztómentes.}$$

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, ami nem ugyanaz, mint

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, tehát nem kommutatív.

$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, azaz nem nullosztómentes.

Általában a leképezések kompozíciója sem kommutatív.

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén
nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$ ami nem ugyanaz, mint

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$ tehát nem kommutatív.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$ azaz nem nullosztómentes.

Általában a leképezések kompozíciója sem kommutatív.
Példa (HF): két tengelyes tükrözés

Negatív tulajdonságok

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok között a szorzás $n \geq 2$ esetén nem kommutatív és nem nullosztómentes.

Bizonyítás $n = 2$-re

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ ami nem ugyanaz, mint}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ tehát nem kommutatív.}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ azaz nem nullosztómentes.}$$

Általában a leképezések kompozíciója sem kommutatív.
Példa (HF): két tengelyes tükrözés (ha a tengelyek szöge pl. 60°).

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív.

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$,

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni.

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n \times m}$,

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$,

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Ronda számolás helyett elegánsan következik abból, hogy

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Ronda számolás helyett elegánsan következik abból, hogy

Állítás

A függvények kompozíciója asszociatív.

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása **asszociatív**. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Ronda számolás helyett elegánsan következik abból, hogy

Állítás

A függvények kompozíciója asszociatív.

Bizonyítás

Két függvény akkor egyenlő,

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Ronda számolás helyett elegánsan következik abból, hogy

Állítás

A függvények kompozíciója asszociatív.

Bizonyítás

Két függvény akkor egyenlő, ha minden helyen megegyeznek.

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Ronda számolás helyett elegánsan következik abból, hogy

Állítás

A függvények kompozíciója asszociatív.

Bizonyítás

Két függvény akkor egyenlő, ha minden helyen megegyeznek.

$\big(f \circ (g \circ h)\big)(x) =$

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Ronda számolás helyett elegánsan következik abból, hogy

Állítás

A függvények kompozíciója asszociatív.

Bizonyítás

Két függvény akkor egyenlő, ha minden helyen megegyeznek.

$\big(f \circ (g \circ h)\big)(x) = f\big((g \circ h)(x)\big) =$

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Ronda számolás helyett elegánsan következik abból, hogy

Állítás

A függvények kompozíciója asszociatív.

Bizonyítás

Két függvény akkor egyenlő, ha minden helyen megegyeznek.
$\big(f \circ (g \circ h)\big)(x) = f\big((g \circ h)(x)\big) = f\Big(g\big(h(x)\big)\Big),$

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Ronda számolás helyett elegánsan következik abból, hogy

Állítás

A függvények kompozíciója asszociatív.

Bizonyítás

Két függvény akkor egyenlő, ha minden helyen megegyeznek.

$$\big(f \circ (g \circ h)\big)(x) = f\big((g \circ h)(x)\big) = f\Big(g\big(h(x)\big)\Big),$$

$$\big((f \circ g) \circ h\big)(x) =$$

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Ronda számolás helyett elegánsan következik abból, hogy

Állítás

A függvények kompozíciója asszociatív.

Bizonyítás

Két függvény akkor egyenlő, ha minden helyen megegyeznek.

$$\big(f \circ (g \circ h)\big)(x) = f\big((g \circ h)(x)\big) = f\Big(g\big(h(x)\big)\Big),$$

$$\big((f \circ g) \circ h\big)(x) = \big(f \circ g\big)\big(h(x)\big) =$$

Asszociativitás

Tétel

A mátrixok szorzása asszociatív. Azaz $(MN)K = M(NK)$, feltéve, hogy az összes szükséges szorzást el lehet végezni. Azaz ha $M \in T^{n\times m}$, $N \in T^{m\times k}$, $K \in T^{k\times \ell}$.

Ronda számolás helyett elegánsan következik abból, hogy

Állítás

A függvények kompozíciója asszociatív.

Bizonyítás

Két függvény akkor egyenlő, ha minden helyen megegyeznek.

$$\big(f \circ (g \circ h)\big)(x) = f\big((g \circ h)(x)\big) = f\Big(g\big(h(x)\big)\Big),$$

$$\big((f \circ g) \circ h\big)(x) = (f \circ g)\big(h(x)\big) = f\Big(g\big(h(x)\big)\Big).$$

Az egységmátrix

Definíció

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol
az i-edik sor j-edik eleme

Az egységmátrix

Definíció

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$,

Az egységmátrix

Definíció

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol
az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$.

Az egységmátrix

Definíció

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol
az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$.
Azaz a főátlóban végig 1 van,

Az egységmátrix

Definíció

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol
az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$.
Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

Az egységmátrix

Definíció

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$.
Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

Példa

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{bmatrix}.$$

Az egységmátrix

Definíció

Az $n \times n$-es E_n egységmátrix az a mátrix, ahol
az i-edik sor j-edik eleme 1 ha $i = j$, és 0 ha $i \neq j$.
Azaz a főátlóban végig 1 van, másutt csupa 0.

Példa

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{bmatrix}.$$

Tétel (HF ellenőrizni)

Ha $M \in T^{n \times n}$, akkor $E_n M = M E_n = M$.

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak,

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak, azaz ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak, azaz ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak, azaz ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak, azaz ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak, azaz ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak, azaz ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak, azaz ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás.

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak, azaz ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás.

(7) Az egységmátrix kétoldali egységelem.

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak, azaz ha $M, N, K \in T^{n\times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M+N)+K = M+(N+K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M+N = N+M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M+0 = 0+M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M+(-M) = (-M)+M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás.

(7) Az egységmátrix kétoldali egységelem.

Továbbá $\lambda(MN) = (\lambda M)N = M(\lambda N)$ is teljesül.

A szorzás szabályai

Tétel

Az $n \times n$-es mátrixok egységelemes gyűrűt alkotnak, azaz ha $M, N, K \in T^{n \times n}$ tetszőleges mátrixok és $\lambda, \mu \in T$, akkor

(1) $(M + N) + K = M + (N + K)$ (az összeadás asszociatív).

(2) $M + N = N + M$ (az összeadás kommutatív).

(3) $M + 0 = 0 + M = M$ (0 a nullmátrix).

(4) $M + (-M) = (-M) + M = 0$ ($-M$ az M ellentettje).

(5) A szorzás asszociatív.

(6) Igaz mindkét oldali disztributivitás.

(7) Az egységmátrix kétoldali egységelem.

Továbbá $\lambda(MN) = (\lambda M)N = M(\lambda N)$ is teljesül.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris transzformációkkal.

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora,

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja:

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris leképezésekkel.

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris leképezésekkel.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix,

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris leképezésekkel.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek,

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris leképezésekkel.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris leképezésekkel.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

Következmény

Ha $MN = E_n$,

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris leképezésekkel.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

Következmény

Ha $MN = E_n$, akkor M és N rangja legalább n.

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris leképezésekkel.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

Következmény

Ha $MN = E_n$, akkor M és N rangja legalább n.
Speciálisan M-nek n sora és legalább n oszlopa,

Szorzat rangja

Tétel

Szorzatmátrix rangja legfeljebb akkora, mint bármelyik tényező rangja: $r(MN) \leq r(M)$ és $r(MN) \leq r(N)$.

Bizonyítás: a következő félévben, lineáris leképezésekkel.

Definíció

Ha az M és N mátrixok MN szorzata az E_n egységmátrix, akkor M balinverze N-nek, N pedig jobbinverze M-nek.

Következmény

Ha $MN = E_n$, akkor M és N rangja legalább n.
Speciálisan M-nek n sora és legalább n oszlopa,
N-nek pedig n oszlopa és legalább n sora van.

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is,

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei,

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix).

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Tétel

(1) Az $M \in T^{n\times n}$ akkor és csak akkor invertálható,

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Tétel

(1) Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Tétel

(1) Az $M \in T^{n\times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.

(2) Ha $M, N \in T^{n\times n}$

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Tétel

(1) Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.

(2) Ha $M, N \in T^{n \times n}$ és $MN = E_n$,

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Tétel

(1) Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.

(2) Ha $M, N \in T^{n \times n}$ és $MN = E_n$, akkor $NM = E_n$.

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Tétel

(1) Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.

(2) Ha $M, N \in T^{n \times n}$ és $MN = E_n$, akkor $NM = E_n$.
Ezért a négyzetes mátrixok között a balinverz

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei, ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Tétel

(1) Az $M \in T^{n\times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.

(2) Ha $M, N \in T^{n\times n}$ és $MN = E_n$, akkor $NM = E_n$.
Ezért a négyzetes mátrixok között a balinverz
(és ugyanúgy jobbinverz)

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n\times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Tétel

(1) Az $M \in T^{n\times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.

(2) Ha $M, N \in T^{n\times n}$ és $MN = E_n$, akkor $NM = E_n$.
Ezért a négyzetes mátrixok között a balinverz
(és ugyanúgy jobbinverz) egyben kétoldali inverz is.

Az inverz definíciója

Házi feladat

Ha egy mátrixnak van bal- és jobbinverze is, akkor négyzetes.

Definíció

Ha $M, N \in T^{n \times n}$, akkor M és N egymás inverzei,
ha $MN = NM = E_n$ (az $n \times n$-es egységmátrix). Jele: $N = M^{-1}$.

Tétel

(1) Az $M \in T^{n \times n}$ akkor és csak akkor invertálható, ha rangja n.

(2) Ha $M, N \in T^{n \times n}$ és $MN = E_n$, akkor $NM = E_n$.
Ezért a négyzetes mátrixok között a balinverz
(és ugyanúgy jobbinverz) egyben kétoldali inverz is.

Bizonyítás: Később, determinánsok felhasználásával.

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n \times n}$.

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n\times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n \times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$
  (azaz írjuk M jobb oldalára az egységmátrixot).

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n\times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (azaz írjuk M jobb oldalára az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n \times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$ (azaz írjuk M jobb oldalára az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n \times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$ (azaz írjuk M jobb oldalára az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla),

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n \times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$ (azaz írjuk M jobb oldalára az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n \times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$ (azaz írjuk M jobb oldalára az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.
- Ellenkező esetben sorcserékkel K bal feléből az egységmátrix lesz.

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n \times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$ (azaz írjuk M jobb oldalára az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.
- Ellenkező esetben sorcserékkel K bal feléből az egységmátrix lesz. Ekkor K jobb felén M^{-1} keletkezik.

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n\times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$ (azaz írjuk M jobb oldalára az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.
- Ellenkező esetben sorcserékkel K bal feléből az egységmátrix lesz. Ekkor K jobb felén M^{-1} keletkezik.

$$[M, E_n] \to \ldots \to [E_n, M^{-1}].$$

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n\times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n\times 2n}$
  (azaz írjuk M jobb oldalára az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.
- Ellenkező esetben sorcserékkel K bal feléből az egységmátrix lesz. Ekkor K jobb felén M^{-1} keletkezik.

$[M, E_n] \to \ldots \to [E_n, M^{-1}]$.

Bizonyítás: nincs.

Az inverz kiszámítása Gauss-eliminációval

Tétel

Tegyük föl, hogy $M \in T^{n \times n}$.

- Legyen $K = [M, E_n] \in T^{n \times 2n}$ (azaz írjuk M jobb oldalára az egységmátrixot).
- Végezzük el a Gauss-eliminációt a K mátrixra úgy, hogy vezéregyest kizárólag a bal oldalon (az első n oszlopban) választhatunk.
- Ha keletkezik „tilos” sor (melynek az első fele végig nulla), akkor M nem invertálható.
- Ellenkező esetben sorcserékkel K bal feléből az egységmátrix lesz. Ekkor K jobb felén M^{-1} keletkezik.

$[M, E_n] \to \ldots \to [E_n, M^{-1}]$.

Bizonyítás: nincs. Példa: a gyakorlaton.

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$
\begin{gathered}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m = b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m = b_2 \\
\ldots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m = b_n
\end{gathered}
$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix},$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix}$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\
&\ldots \\
a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n
\end{aligned}
$$

Definíció

$$
M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.
$$

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.
Az $Mx = b$ az egyenletrendszer mátrixos alakja

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.
Az $Mx = b$ az egyenletrendszer mátrixos alakja
(az eredeti egyenleteknek egy képletben való, tömör felírása).

Lineáris egyenletrendszer mátrixos alakja

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1m}x_m &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2m}x_m &= b_2 \\ &\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nm}x_m &= b_n \end{aligned}$$

Definíció

$$M = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_m \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Az M a fenti lineáris egyenletrendszer mátrixa.
Az $Mx = b$ az egyenletrendszer mátrixos alakja
(az eredeti egyenleteknek egy képletben való, tömör felírása).
Ha M négyzetes és invertálható, akkor a megoldás $x = M^{-1}b$.

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll.

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$,

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük;

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix **főátlója** a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix **transzponáltja** a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T =$$

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T =$$

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n\times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m\times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

A főátlót zöld szín jelöli.

Mátrix transzponáltja

Definíció

Egy mátrix főátlója a bal felső sarokból 45° alatt induló egyenesen lévő elemekből áll. Ezek azok, amelyeknek a sor- és oszlopindexe megegyezik.
Egy mátrix transzponáltja a főátlójára vett tükörképe.
Azaz ha $M = ((a_{ij})) \in T^{n \times m}$, akkor $M^T = ((a_{ji})) \in T^{m \times n}$.
(A két indexet megcseréljük; az i-edik sorból i-edik oszlop lesz.)

Példák

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

A főátlót zöld szín jelöli.
Sorvektor transzponáltja oszlopvektor és viszont.