BSc algebra1 alap- és középszintű gyakorlat

Második zárthelyi (2006. dec. 12.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni csak egy lapnyi **kézzel írott** puskát lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. Az alábbiakat **NYOMTATOTT BETŰVEL**, illetve **KARIKÁZVA** töltsétek ki.

Név: ______________________ **ELTE azonosító:** ____________

Gyakvez: AI HP KE PG CS **Gyak. időpont:** K8 K12 Sz12 Cs12 P8

1. *(3+3 pont)*

a) Írjuk föl az y-tengelyre tükrözés mátrixát, és számítsuk ki a $(-3, 7)$ pont képét ennél a transzformációnál.

b) Állapítsuk meg az 5×5-ös $((a_{ij}))$ determinánsban az $a_{23}a_{35}a_{51}a_{42}a_{14}$ taghoz tartozó permutációt, és annak előjelét.

2. *(3+3 pont)*

a) *Legyen* $N = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 2 & 1 & 2 \\ c & 1 & 2 \end{bmatrix}$, *ahol* $\det(N) = -2$. *Keressük meg* c *értékét, és adjuk meg* N *inverzében a második sor harmadik elemét.*

b) *Bontsuk* $\mathbb{Z}_3$ *fölött irreducibilisek szorzatára az* $x^3 + x - 1$ *polinomot.*

3. *Legyen* $M = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 6 & 8 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$. *Adjuk meg az* $M \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ *lineáris egyenletrendszer általános megoldását, és döntsük el, hogy az* M *mátrix* **sorai** *lineárisan függetlenek-e.*

4. *(3+3 pont)*

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ d-6 & d+2 & 0 \\ 0 & d^2+9 & 0 \end{bmatrix}^3$ *milyen d-re lesz nulla?*

b) *Adjunk meg egy olyan 2×2-es mátrixot, amelynek a négyzete nulla, de egyik eleme sem nulla, és a jobb alsó sarokban 4 áll.*

5. *Bontsuk az* $x^5 - 2x^4 + 3x^3 + 10x^2 - 2x + 1$ *polinomot irreducibilisek szorzatára* $\mathbb{Z}_2$, *illetve* $\mathbb{Q}$ *fölött.*

6. *Számítsuk ki azt az $n \times n$-es determinánst, amelyben $a_{1,1} = 2$, a főátló többi eleme 33, $a_{1,2} = 8$, $a_{i,i+1} = 4$, ha $2 \leq i \leq n-1$, $a_{i,i-1} = 8$, ha $2 \leq i \leq n$, és a többi elem nulla.*