

BSc algebra1 alap- és középszintű gyakorlat

Második zárthelyi (2006. dec. 12.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni csak egy lapnyi **kézzel írott** puskát lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. Az alábbiakat **NYOMTATOTT BETŰVEL**, illetve **KARIKÁZVA** töltsétek ki.

Név: _____ ELTE azonosító: _____

Gyakvez: AI HP KE PG CS Gyak. időpont: K8 K12 Sz12 Cs12 P8

1. (3+3 pont)

a) Írjuk föl az origó körüli $+90$ fokos forgatás mátrixát, és számítsuk ki a $(-2, 8)$ pont képét ennél a transzformációnál.

b) Állapítsuk meg az 5×5 -ös $((a_{ij}))$ determinánsban az $a_{13}a_{54}a_{31}a_{45}a_{22}$ taghoz tartozó permutációt, és annak előjelét.

2. (3+3 pont)

- a) Legyen $N = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ c & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, ahol $\det(N) = -2$. Keressük meg c értékét,
és adjuk meg N inverzében a harmadik sor második elemét.

- b) Bontsuk \mathbb{Z}_3 fölött irreducibilisek szorzatára az $x^3 + 2x^2 + 2$ polinomot.

3. Legyen $M = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \\ 4 & 9 & 9 \end{bmatrix}$. Adjuk meg az $M \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ lineáris egyenletrendszer általános megoldását, és döntsük el, hogy az M mátrix **sorai** lineárisan függetlenek-e.

4. (3+3 pont)

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ d-4 & d+4 & 0 \\ 0 & d^2+7 & 0 \end{bmatrix}^3$ milyen d -re lesz nulla?

b) Adjunk meg egy olyan 2×2 -es mátrixot, amelynek a négyzete nulla, de egyik eleme sem nulla, és a jobb alsó sarokban 3 áll.

5. Bontsuk az $x^5 + 5x^4 + 3x^3 - 11x^2 - 16x + 1$ polinomot irreducibilisek szorzatára \mathbb{Z}_2 , illetve \mathbb{Q} fölött.

6. Számítsuk ki azt az $n \times n$ -es determinánst, amelyben $a_{1,1} = 3$, a főátló többi eleme 49, $a_{1,2} = 12$, $a_{i,i+1} = 4$, ha $2 \leq i \leq n-1$, $a_{i,i-1} = 12$, ha $2 \leq i \leq n$, és a többi elem nulla.