**BSc algebra1 alap- és középszintű gyakorlat**

*Második zárthelyi (2006. dec. 12.)*

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni csak egy lapnyi **kézzel írott** puskát lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. Az alábbiakat **NYOMTATOTT BETŰVEL**, illetve **KARIKÁZVA** töltsétek ki.

**Név:** ______________________________ **ELTE azonosító:** ____________

**Gyakvez:** AI HP KE PG CS **Gyak. időpont:** K8 K12 Sz12 Cs12 P8

**1.** *(3+3 pont)*

*a)* *Írjuk föl az y-tengelyre tükrözés mátrixát, és számítsuk ki a* $(-4, 6)$ *pont képét ennél a transzformációnál.*

*b)* *Állapítsuk meg az* $5 \times 5$*-ös* $((a_{ij}))$ *determinánsban az* $a_{23}a_{34}a_{51}a_{42}a_{15}$ *taghoz tartozó permutációt, és annak előjelét.*

**2.** *(3+3 pont)*

a) *Legyen* $N = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & c & 5 \\ 2 & 8 & 3 \end{bmatrix}$*, ahol* $\det(N) = -2$*. Keressük meg* $c$ *értékét, és adjuk meg* $N$ *inverzében a második sor harmadik elemét.*

b) *Bontsuk* $\mathbb{Z}_3$ *fölött irreducibilisek szorzatára a* $2x^3 + 2x^2 - 1$ *polinomot.*

**3.** *Legyen* $M = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 9 \\ 3 & 2 & 7 \end{bmatrix}$. *Adjuk meg az* $M \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ *lineáris egyenletrendszer általános megoldását, és döntsük el, hogy az* $M$ *mátrix* **sorai** *lineárisan függetlenek-e.*

**4.** *(3+3 pont)*

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ d+7 & d-2 & 0 \\ 0 & d^2-9 & 0 \end{bmatrix}^3$ *milyen $d$-re lesz nulla?*

b) *Adjunk meg egy olyan $2 \times 2$-es mátrixot, amelynek a négyzete nulla, de egyik eleme sem nulla, és a bal felső sarokban 4 áll.*

**5.** *Bontsuk az* $x^5 + 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9x + 1$ *polinomot irreducibilisek szorzatára* $\mathbb{Z}_2$*, illetve* $\mathbb{Q}$ *fölött.*

**6.** *Számítsuk ki azt az $n \times n$-es determinánst, amelyben $a_{1,1} = 4$, a főátló többi eleme 17, $a_{1,2} = 8$, $a_{i,i+1} = 2$, ha $2 \leq i \leq n-1$, $a_{i,i-1} = 8$, ha $2 \leq i \leq n$, és a többi elem nulla.*