BSc algebra1 alap- és középszintű gyakorlat

Második zárthelyi (2006. dec. 12.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni csak egy lapnyi **kézzel írott** puskát lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. Az alábbiakat **NYOMTATOTT BETŰVEL**, illetve **KARIKÁZVA** töltsétek ki.

Név: ______________________________ **ELTE azonosító:** ____________

Gyakvez: AI HP KE PG CS **Gyak. időpont:** K8 K12 Sz12 Cs12 P8

1. *(3+3 pont)*

a) *Írjuk föl az origó körüli* $+90$ *fokos forgatás mátrixát, és számítsuk ki a* $(-3, 4)$ *pont képét ennél a transzformációnál.*

b) *Állapítsuk meg az* 5×5*-ös* $((a_{ij}))$ *determinánsban az* $a_{13}a_{54}a_{31}a_{42}a_{25}$ *taghoz tartozó permutációt, és annak előjelét.*

2. *(3+3 pont)*

a) *Legyen* $N = \begin{bmatrix} 1 & c & 2 \\ 4 & 5 & 7 \\ 1 & 8 & 2 \end{bmatrix}$, *ahol* $\det(N) = -2$. *Keressük meg c értékét, és adjuk meg N inverzében a második sor harmadik elemét.*

b) *Bontsuk* $\mathbb{Z}_3$ *fölött irreducibilisek szorzatára a* $2x^3 + 2x - 1$ *polinomot.*

3. *Legyen* $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$. *Adjuk meg az* $M \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ *lineáris egyenletrendszer általános megoldását, és döntsük el, hogy az* M *mátrix* **sorai** *lineárisan függetlenek-e.*

4. *(3+3 pont)*

a) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ d+7 & d-4 & 0 \\ 0 & d^2+3 & 0 \end{bmatrix}^3$ *milyen d-re lesz nulla?*

b) *Adjunk meg egy olyan 2×2-es mátrixot, amelynek a négyzete nulla, de egyik eleme sem nulla, és a bal felső sarokban 3 áll.*

5. *Bontsuk az* $x^5 - 2x^4 - 11x^3 - 4x^2 - 2x + 1$ *polinomot irreducibilisek szorzatára* $\mathbb{Z}_2$, *illetve* $\mathbb{Q}$ *fölött.*

6. *Számítsuk ki azt az* $n \times n$*-es determinánst, amelyben* $a_{1,1} = 4$*, a főátló többi eleme 37,* $a_{1,2} = 12$*,* $a_{i,i+1} = 3$*, ha* $2 \leq i \leq n-1$*,* $a_{i,i-1} = 12$*, ha* $2 \leq i \leq n$*, és a többi elem nulla.*