

BSc algebra1 alap- és középszintű gyakorlat

Első zárthelyi (2006. okt. 24.)

Mind a hat feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Használni csak egy lapnyi **kézzel írott** puskát lehet, kalkulátort, mobiltelefont sem. Az alábbiakat **NYOMTATOTT BETŰVEL**, illetve **KARIKÁZVA** töltsétek ki.

Név: _____ ELTE azonosító: _____

Gyakvez: AI HP KE PG CS Gyak. időpont: K8 K12 Sz12 Cs12 P8

1. (3+3 pont)

a) Osszuk el maradékosan $x^4 + 1$ -et $2x^2 + 1$ -gyel.

b) Adjuk meg c értékét úgy, hogy $3x^6 - ix^5 + 2cx^4 + 2$ gyökeinek négyzetösszege nulla legyen.

2. (3+3 pont)

- a) Adjuk meg $-1+i$ origó körüli $+60^\circ$ -os elforgatottjának képzetes részét.
A végeredményben szögfüggvény (például $\cos(33^\circ)$) ne szerepeljen!

- b) Rajzoljuk le a komplex számsíkon azoknak a z pontoknak a halmazát,
melyekre $|z - 4i| = \operatorname{Re}(z + 3i)$.

3. Számítsuk ki trigonometrikus alakban $(-\sqrt{3} + i)/2$ összes hatodik gyökét, majd mindegyiknek a rendjét.

4. Adjuk meg $9x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 5x + 1$ racionális gyökeit és ezek multiplícitását, majd bontsuk a polinomot gyöktényezőkre.

5. Számítsuk ki a Φ_{76} körosztási polinomban x^{76} , x^{36} , x^{35} együtthatóját és a konstans tagot.

6. Legyenek x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 az $x^5 + 3$ polinom gyökei. Számítsuk ki azt az összeget, melynek általános tagja $x_i^2 x_j x_k x_\ell$, ahol $1 \leq i, j, k, \ell \leq 5$ páronként különböző indexek (vagyis az összes olyan öttényezős szorzatot adjuk össze, ahol az egyik gyök kétszer szerepel, az egyik pedig nem szerepel). Hány tagja van ennek az összegnek?