

Bsc algebra1 vizsga

Minta

A vizsga első felében szereplő 30 kérdés megválaszolására egy óra áll rendelkezésre. Mind-egyik kérdés esetében a helyes válasz 1 pontot, az üresen hagyott, vagy helytelen válasz 0 pontot ér, indokolni nem kell. Aki itt elér legalább 15 pontot, annak a vizsgája már sikeres, a többieké sajnos elégtelen (és ilyenkor ha valaki meg is írja a vizsga második felét, azt nem javítjuk ki).

A vizsga második felében harminc perc alatt 5 kérdésre kell (indoklással) válaszolni, a maximális pontszám mindegyikre 2 pont. Ha az első részre kapott összpontszám $15 + x$, a második részre pedig y , akkor a vizsga $z = 2x + 3y < 12$ esetén elégséges, $12 \leq z < 24$ esetén közepes, $24 \leq z < 36$ esetén jó, egyébként jeles.

Első rész

1. Mennyi $i(6 - 2i)$ képzetes része?
2. Ha z szöge 30° , mennyi z^{-2} (0° és 360° közötti) szöge?
3. Ha $|z| = 2$, akkor $|\bar{z}^3|$ mennyi?
4. Mennyi -16 negyedik gyökének a hossza?
5. Hányadik primitív egységgyök a $-i$?
6. Ha ε rendje 120, akkor mennyi $o(\varepsilon^{14})$?
7. Mennyi $-3x^5 + 2x + 6$ főtagjának és főegyütthatójának hányadosa?
8. Adjunk példát két olyan másodfokú polinomra, melyek összege nulladfokú.
9. Adjunk meg egy olyan polinomot, amelynek az i kétszeres, a $-i$ háromszoros gyöke.
10. Hány komplex gyöke van multiplicitásokkal együtt az $x^6 + 3x + 1$ polinomnak?
11. Mi $x^4 - 1$ gyöktényezős alakja?
12. Mi $x_1^2 x_2^3 + x_1 x_2^3 + x_1^3$ főtagja?
13. Mennyi az előző kérdésben szereplő polinom foka?
14. Írjuk föl a köbösszegre vonatkozó, négyváltozós Newton–Girard-formulát.
15. Mik az egységek $\mathbb{Z}[x]$ -ben?
16. Ha $\mathbb{R}[x]$ -ben $x^3 + 1$ -et osztjuk $2x + 2$ -vel, mi a maradék?
17. Melyik az a valós együtthatós, normált, negyedfokú polinom, amelynek az $1 + i$ kétszeres gyöke?
18. Az $x^3 + px + q$ -ra felírt Cardano-képletben mi a két köbgyök szorzata?
19. Adjunk példát olyan hatodfokú, egész együtthatós polinomra, amely \mathbb{Q} fölött irreducibilis, de \mathbb{Z} fölött nem.

20. Írjunk föl egy olyan negyedfokú polinomot \mathbb{Q} fölött, amelynek nincs racionális gyöke, és nem irreducibilis.
21. Definiáljuk a triviális felbontás fogalmát szokásos gyűrűben.
22. Mennyi az eredmény, ha \mathbb{Z}_5 -ben a 2-t elosztjuk 4-gyel?
23. Ha egy valós együtthatós homogén lineáris egyenletrendszerben hat ismeretlen van, és négy vezéregyes keletkezik, akkor hány megoldása van?
24. Hogyan olvasható le a rang a Gauss-elimináció végén?
25. Mi lesz az $y = x$ egyenesre tükrözés mátrixa?
26. Adjunk példát arra, hogy a mátrixok szorzása nem nullosztómentes.
27. Hogyan változik a háromszor hármass determináns, ha minden elemét hárommal szorozzuk?
28. Számítsuk ki az $(1, 2)(3, 4)(4, 2)$ permutációt.
29. Írjuk föl az $n \times n$ -es determinánst definiáló szummát.
30. A determináns oszlopaiban álló vektorok mely tulajdonsága az, amelyik szükséges és elégséges feltétele annak, hogy a determináns nulla legyen?

Második rész

31. Igazoljuk, hogy minden test nullosztómentes.
32. Mondjuk ki a polinomok azonossági tételének bizonyításában felhasznált tételt, amely egy polinom gyökeinek maximális számáról szól, és adjunk példát arra, hogy ez a tétel nem igaz \mathbb{Z}_6 fölött.
33. Írjuk föl a Φ_{64} körosztási polinomot, és bontsuk \mathbb{Z}_2 fölött irreducibilisek szorzatára.
34. Az f szimmetrikus polinom főtagja $i x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$. Amikor elemi szimmetrikus polinomok segítségével állítjuk elő, akkor első lépésben mit kell kivonni, és az eljárás hány lépésben ér biztosan véget?
35. Ha az $n \times n$ -es determináns első két sora egyenlő, akkor az f permutációhoz tartozó tagját melyik permutációhoz tartozó tag fogja biztosan kiejteni?