

Bsc algebra1 alapszintű gyakorlat

Hatodik alkalom (2006 okt. 17–20)

3.3.15. Adjuk meg az összes olyan tizenkettedfokú valós együtthatós polinomot, melynek az $1 + i$ hatszoros gyöke.

3.2.14. Osszuk el maradékosan az $x^3 - 2$ polinomot $2x^2 + 2x - 3$ -mal.

3.2.20. Mi lesz a maradék, ha az $x^4 + x^2 + 1$ polinomot elosztjuk $x^2 + x + 1$ -gyel? A kapott eredményt indokoljuk meg számolás nélkül is.

3.2.21. Mi a maradék, ha $x^{64} + x^{54} + x^{14} + 1$ -et osztjuk $x^2 + 1$ -gyel illetve $x^2 - 1$ -gyel?

3.2.15. Állapítsuk meg az $f(x) = 3x^3 + 6x^2 + 6x + 3$ és a $g(x) = 2x^4 + 2x^2 + 2$ polinomok kitüntetett közös osztóját az euklideszi algoritmussal.

3.9.4, 3.9.11. Számítsuk ki Φ_{12} -t kétféleképpen, majd a prímszám-indexű körosztási polinomokat.

3.9.17. Határozzuk meg a körosztási polinomok felhasználásával rendre a 12-edik, 18-adik illetve 24-edik primitív egységgyökök összegét és szorzatát.

3.9.15*. Legyenek $m \mid n$ pozitív egészek úgy, hogy n minden prímosztója osztja m -et is. Igazoljuk, hogy $\Phi_n(x) = \Phi_m(x^{n/m})$.

3.9.16. Számítsuk ki az előző feladat alapján a $\Phi_n(x)$ polinomokat abban az esetben, amikor $n = 36, 72, 144, 100$.

IHF. Adjuk meg Cardano képletének felhasználásával az $x^3 - 2x - 4$ és az $x^3 - x^2 - 8x - 6$ polinomok összes komplex gyökeit. Kalkulátorral, közelítőleg számoljunk, a köbgyökvonást trigonometrikus alak (és az arkusz tangens függvény) felhasználásával végezzük.

HF1. Egy matekkönyvért már kifizettem ezer forintot, de még fizetnem kell érte annyit, amennyit akkor kellene még fizetnem, ha már kifizettem volna annyit, amennyit most még fizetnem kell. Mennyibe kerül a könyv?

HF2. A 2000-et felbontottuk három pozitív egész szám összegére. Ezek köbeinek összege mit ad maradékul hattal osztva?

HF3. Egy CD-lemezen hét szám van, az utolsónál a lemez hibás. A lejátsszó véletlenszerű sorrendben játssza le a számokat, de amikor a hibáshoz ér, akkor lefagy. Hányféle lejátszási sorrend lehetséges a lefagyásig?

HF4. A Rubik-kocka lapjain található 54 kis négyzet közül hányat lehet maximum kiválasztani úgy, hogy semelyik kettőnek még csak közös csúcsa se legyen?

HFK5. Van két 60 perces gyűjtőzsinórunk, de nem égnek egyenletesen (például nem biztos, hogy 30 perc alatt félig égnek el). Hogyan mérhetünk ki 45 perc időtartamot?

HFE6. Egy matematikus annyit dolgozott a szobájában, hogy a kertjében támadásnak indult a parlagra. A négyzet alakú kert 10×10 négyzet alakú parcellára van osztva. Ha az egyik parcella két oldalszomszédja már elgazosodott, akkor a következő napon ez is gazos lesz. A matematikus kinézett az ablakon, és látta, hogy kilenc parcellán gaz nőtt. Legyintett: nem baj, még jövőre is lesz hova kifeküdnöm. Honnan tudta?