

Bsc algebra1 alapszintű gyakorlat

Ötödik alkalom (2006 okt. 10–13)

2.5.14. Határozzuk meg a $2x^4 + 2x + 3$ polinom komplex gyökeinek összegét, szorzatát, négyzetösszegét, és a gyökök reciprokainak összegét.

2.5.15. A gyökök és együtthatók összefüggése alapján számítsuk ki az n -edik egységgyökök összegét, négyzetösszegét és szorzatát.

2.7.16. Legyenek a, b, c az $x^3 + 3x + 1$ polinom gyökei. Írjuk fel azt a harmadfokú polinomot, melynek gyökei a^2, b^2, c^2 , illetve $a + b, a + c, b + c$.

2.6.8. Az alábbi p polinomot bontsuk homogén polinomok összegére, ezeket rendezzük lexikografikusan, és állapítsuk meg a p^7 polinomban egyrészt a lexikografikusan legnagyobb tagot, másrészt a legnagyobb fokú tagok közül a lexikografikusan legnagyobb tagot. Helyettesítsük be mindegyik x_i helyére a négy határozatlanú σ_i elemi szimmetrikus polinomot, és adjuk meg az eredménynek egy olyan tagját, amelynek nem nulla az együtthatója.

$$p(x_1, x_2, x_3, x_4) = ix_1x_2x_3x_4^2 - x_1^2x_3^3 + 3x_1^3x_2 + \pi x_1^2x_2^3 + x_4 - x_1^2x_2^2x_3 + 2x_1^2x_2x_3x_4 - 6x_1^2x_2^2x_4.$$

2.7.12. Ha egy 3-határozatlanú szimmetrikus polinom lexikografikusan legnagyobb tagja $x_1^2x_2^2x_3$, akkor lehet-e neki tagja $x_1x_2^3x_3$? Szerepelhet-e hatodfokú tag? Hány tag lehet legfeljebb? Amikor elemi szimmetrikusakkal írjuk fel, mi az eljárás első lépése?

2.7.15. Határozzuk meg az $x^n + x + 1$ polinom (komplex) gyökeinek köbösszegét, és a gyökök reciprokainak összegét ($n \geq 2$).

2.7.14*. Írjuk fel az elemi szimmetrikus polinomok polinomjaként a $\sum_{1 \leq i \neq j \leq n} x_i^2 x_j$ összeget.

HF. Legyenek x_1, x_2, x_3, x_4 az $x^4 - 2x + 3$ polinom komplex gyökei (a többszörös gyököket, ha vannak, annyiszor felsorolva, ahányszorosak). Számítsuk ki az $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ és az $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$ összegeket.

HF1. Egy szállodában hárman kivesznek egy szobát, és harminc dollárt fizetnek. Mivel a szoba csak 25 dollárba kerül, a recepciósz felküldi a londinert öt dollárral, aki kettőt zsebrevág, és csak egy-egy dollárt ad át a három vendégnek. Így mindhárman csak kilenc dollárt fizettek, ez 27, és a londinernél van még két dollár. Hol a harmincadik dollár?

HF2. A tízezerrel nem nagyobb pozitív egész számok között hány olyan van, amely a 2, 3, 5 számok közül pontosan kettővel osztható?

HF3. Azokat a pozitív egészeket, amelyek öttel oszthatóak, vagy amelyek számjegyeinek összege osztható öttel, befestjük lilára. Hány olyan egymás utáni számokból álló számháromas van, amelyek mindegyike 100000-nél kisebb lila szám?

HF4. Egy 15 és egy 20 perces homokórával mérjük ki 25 percet.

HF5. Egy 7×7 -es négyzetrács mind a 49 négyzetén egy-egy törpe áll. Sípszóra mindegyik átsétál egy csúcsban szomszédos négyzetre. Legalább hány üres négyzet keletkezik?

HF6. Tíz ember mindegyike ismer egy-egy pletykát. Hány telefonhívással tudják elérni, hogy mindenki mindegyik pletykát megismerje? (Konferenciahívás nincs!)