Bsc algebra1 alapszintű gyakorlat

Második alkalom (2006 szept. 15–22)

1.3.11. *Végezzük el az alábbi műveleteket:* $(1+i)(3-2i)$, $1/i$, $(1+i)/(3-2i)$, $|\overline{(4+i)}/(4+i)|$, $|(1+1526i)^{100}/(1-1526i)^{100}|$, $(1+i)^2$, $(1+i)^{1241}$, $(-1+i\sqrt{3})^3$.

1.3.12. *Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a komplex számok között.* $x^2+1=0$, $x^2=-12$, $x^2+2x+2=0$, $x^2+2ix-1=0$.

1.3.13. *Határozzuk meg azokat a* $c+di$ *számokat, melyek négyzete* $20i-21$. *Oldjuk meg az* $x^2+(i-2)x+(6-6i)=0$ *egyenletet.*

1.4.9. *Rajzoljuk le a komplex számsíkon a következő halmazokat:* $\{z : \mathrm{Re}(z+2i) \le -2\}$, $\{z : \mathrm{Re}(z+1) \ge \mathrm{Im}(z-3i)\}$, $\{z : |z-i-1| \le 3\}$, $\{z : |z-3+2i| = |z+4-i|\}$, $\{z : z+\overline{z} = -1\}$, $\{z : 2z+5 = 2\overline{z}\}$, $\{z : 1/z = \overline{z}\}$, $\{z : (1/z)+8 = \overline{z}\}$, $\{z : |z| = iz\}$, $\{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Im}((z-1)/(z+1)) = 0\}$, $\{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}((z-1)/(z+1)) = 0\}$.

1.4.2, 1.4.8. *Írjuk fel az alábbi számokat trigonometrikus alakban:* $1+i$, $1-i$, $\sqrt{3}+i$, $-1-\sqrt{3}i$, $\cos(60°)-i\sin(60°)$, $\cos\alpha - i\sin\alpha$, $\cos(30°)-i\sin(60°)$, $\sin\alpha + i\cos\alpha$.

1.4.10. *A sík mely geometriai transzformációinak felelnek meg a komplex számok halmazának alábbi leképezései:* $z \to 3z+2$, $z \to (1+i)z$.

1.4.11. *Legyenek* z *és* w *különböző komplex számok. Írjuk fel az őket összekötő szakasz felezőpontját, valamint annak a két szabályos háromszögnek a harmadik csúcsát, illetve a középpontját, melyeknek az adott két szám két csúcsa.*

1.4.13*. *Írjunk egy háromszög mindegyik oldalára kifelé egy szabályos háromszöget. Igazoljuk, hogy ezek középpontjai szabályos háromszöget alkotnak.*

IHF. *Milyen alakzatot alkotnak azok a* z *pontok a síkon, melyekre* $(z-i)i/(z-1)$ *negatív valós szám?*

HF1. *Helyes-e a „ha* n *hattal osztható, akkor páros” következtetés minden* n*-re? Mi a helyzet* $n = 6, 8, 9$ *esetén? Igaz-e, hogy minden 10 méternél magasabb embernek három feje van?*

HF2. *Kahn gólörömében felugrál a lelátó tizedik sorába. Hányféleképpen teheti ezt meg, ha akárhányat, és egyszerre akárhány sornyit ugorhat? És ha tudjuk, hogy hármat ugrik?*

HF3. *Egy asztalon kockák és labdák vannak, mindegyik piros vagy kék lehet. Tudjuk, hogy a labdák között a pirosak aránya nagyobb, mint az összes tárgy között. A piros tárgyak között a labdák aránya nagyobb-e mint az összes tárgy között?*

HF4. *Hány olyan négyzetszám van, amelyben a számjegyek összege 1995?*

HFK5. *Egy* 10×10*-es négyzetrács 121 csúcspontja közül hányféleképpen választhatunk ki négyet úgy, hogy olyan téglalapot alkossanak, amelynek oldalai a négyzetrács vonalaira illeszkednek?*

HFE6. *A síkra véges sok egyenest rajzolunk, ezek a síkot részekre bontják. Mutassuk meg, hogy e részeket ki lehet színezni két színnel úgy, hogy a szomszédosak különböző színűek legyenek. (Két részt akkor tekintünk szomszédosnak, ha a közös határuk tartalmaz szakaszt).*