Mat-alkmat gyakorlat, első évfolyam első félév

Második zárthelyi, **C** *feladatsor (2005. dec. 13.)*

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szak**, a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve, valamint hogy a **C** feladatsorról van szó. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. *Bontsuk a* $3x^5 - 8x^4 - 3x^3 - 9x - 3$ *polinomot* $\mathbb{Q}$ *fölött irreducibilisek szorzatára.*

2. *Van-e olyan* c *egész szám, melyre a*

$$\begin{aligned} 2\,x + 2\,y - \,z &= 3 \\ x + 3\,y + \,z &= 2 \\ x - 5\,y + c\,z &= 0 \end{aligned}$$

egyenletrendszernek $\mathbb{C}$ *fölött egyértelmű megoldása van, de* $\mathbb{Z}_7$ *fölött nem?*

3. *Irreducibilis-e* $x^6 + x^5 + 1$ *a* $\mathbb{Z}_2$ *test fölött?*

4. *Igaz-e, hogy* $\Phi_{49}(x) \mid \Phi_7(x^{21})$*?*

5. *Létezik-e (legalább) négy olyan* $M \in \mathbb{R}^{2\times 2}$*, melyre* $M^{19} = -M$*?*

6. *Számítsuk ki* $n \geq 1$ *esetén azt a* $2n \times 2n$*-es determinánst, amelyben a főátló csupa 1, a mellékátló csupa* $4n-1$*, az első sor elemei 1-től* $4n-1$*-ig a páratlan számok növekvő sorrendben, az utolsó sor elemei* $4n-1$*-től 1-ig a páratlan számok fogyó sorrendben, a többi elem pedig nulla.*