Mat-alkmat gyakorlat, első évfolyam első félév

Második zárthelyi, **A** *feladatsor (2005. dec. 13.)*

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szak**, a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve, valamint hogy az **A** feladatsorról van szó. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. *Bontsuk a* $3x^5 + x^4 - 9x^2 + 6x + 3$ *polinomot* $\mathbb{Q}$ *fölött irreducibilisek szorzatára.*

2. *Van-e olyan* c *egész szám, melyre a*

$$\begin{aligned} 2\,x + 2\,y - z &= 3 \\ x + 2\,y - 2\,z &= 1 \\ 2\,x + 6\,y + c\,z &= 1 \end{aligned}$$

egyenletrendszernek $\mathbb{C}$ *fölött egyértelmű megoldása van, de* $\mathbb{Z}_5$ *fölött nem?*

3. *Irreducibilis-e* $x^6 + x + 1$ *a* $\mathbb{Z}_2$ *test fölött?*

4. *Igaz-e, hogy* $\Phi_{25}(x) \mid \Phi_5(x^{35})$*?*

5. *Létezik-e (legalább) négy olyan* $M \in \mathbb{R}^{2\times 2}$*, melyre* $M^{15} = -M$*?*

6. *Számítsuk ki* $n \geq 1$ *esetén azt a* $2n \times 2n$*-es determinánst, amelyben a főátló csupa 1, a mellékátló csupa* $2n$*, az első sor elemei 1-től* $2n$*-ig nőnek, az utolsó sor elemei* $2n$*-től 1-ig fogynak, a többi elem pedig nulla.*