Matematikus gyakorlat, második évfolyam, első félév

Második zárthelyi (2004. dec. 14)

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szak**, a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. *Számítsuk ki az alábbi M mátrixhoz tartozó karakterisztikus mátrix normálalakját, és adjuk meg M Jordan-alakját.*

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. *Számítsuk ki a $(\mathbb{Z}^+ \otimes \mathbb{Z}^+)/\langle(3 \otimes 4)\rangle$ faktorcsoportban az $(5 \otimes 2) + (2 \otimes 5)$ elem rendjét.*

3. *Adjuk meg a 48 osztóhálóján azt a legkisebb kongruenciát, amelyre 12 és 2 kongruensek, és rajzoljuk le a szerinte vett faktorhálót.*

4. *Jelölje v az első feladatban szereplő mátrix utolsó oszlopvektorát. Határozzuk meg v rendjét az ehhez a mátrixhoz tartozó, $\mathbb{R}[x]$ fölötti modulusban.*

5. *Kongruencia-e minden G véges csoport normálosztóhálóján a következő θ reláció: N és K akkor és csak akkor kongruensek θ-nál, ha $NK/(N \cap K)$ Abel-csoport.*

6. *Igaz-e, hogy $\mathrm{Hom}(A, \mathbb{Q}^+) \otimes \mathbb{Z}^+_{2004} = 0$ minden A Abel-csoportra?*

7. *Legyen A lineáris transzformáció egy véges dimenziós $\mathbb{C}$ fölötti vektortéren. Igaz-e, hogy az A-invariáns alterek hálója akkor és csak akkor véges, ha disztributív?*