Alk. mat. gyakorlat, második évfolyam első félév
Második zárthelyi (2004. dec. 14)

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szak**, a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. *Számítsuk ki az alábbi M mátrixhoz tartozó karakterisztikus mátrix normálalakját, és adjuk meg M Jordan-alakját.*

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. *Számítsuk ki a $\mathbb{Z}_{12}^+ \otimes \mathbb{Z}_{18}^+$ csoportban a $(2 \otimes 3) + 2(1 \otimes 12)$ elem rendjét.*

3. *Adjuk meg a 36 osztóhálóján azt a legkisebb kongruenciát, amelyre 12 és 18 kongruensek, és rajzoljuk le a szerinte vett faktorhálót.*

4. *Legyen A a z-tengely körüli $+90$ fokos forgatás a térben (ami a z-tengely pontjait önmagába, az x-tengelyt az y-tengelybe, az y-tengely pozitív felét pedig az x-tengely negatív felébe viszi). Határozzuk meg az x-tengely pozitív irányába mutató egységvektor, vagyis a $v = (1, 0, 0)$ vektor rendjét az A-hoz tartozó szokásos $\mathbb{R}[x]$-modulusban.*

5. *Disztributív-e $\mathbb{Z}_{2^{2004}}^\times$ részcsoporthálója?*

6. *Igaz-e, hogy $\mathrm{Hom}(A \otimes \mathbb{Q}^+, \mathbb{Z}_{2004}^+) = 0$ minden A Abel-csoportra?*