

Matematikus gyakorlat, második évfolyam, első félév

Első zárthelyi (2004. okt. 26)

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szak**, a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a pusztán eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. Mely $r \in \mathbb{Q}$ számokra lesz $\sqrt{3} + ri$ negyedfokú \mathbb{Q} fölött?
2. A $\mathbb{Z}_2[z]/I$ testben, ahol $I = (z^4 + z^3 + 1)$, adjuk meg a $z^3 + 1 + I$ inverzét és minimálpolinomját a prímtest fölött.
3. Irreducibilis-e az $x^4 - 2$ polinom a $K = \mathbb{Q}(i, \sqrt[3]{3})$ test fölött?
4. Legyen L az $\alpha = \sqrt{1 + \sqrt{3}}$ minimálpolinomjának felbontási teste \mathbb{Q} fölött. Határozzuk meg L fokát \mathbb{Q} fölött, adjuk meg α összes konjugáltját, és keressünk egy olyan $\mathbb{Q} \leq T \leq L$ közbülső testet, amely \mathbb{Q} -nak negyedfokú normális bővítése.
5. Mennyi a $\cos 1^\circ$ foka \mathbb{Q} fölött?
6. Határozzuk meg az $(x^2 - 2)(x^5 - 1)$ polinom \mathbb{Z}_7 fölötti felbontási testének elemszámát.