Mat-alkmat gyakorlat, első évfolyam első félév

Második zárthelyi (2003. dec. 12)

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szak**, a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. *Bontsuk $\mathbb{Z}_3$ fölött irreducibilisek szorzatára az $x^6 - x^4 + x + 2$ polinomot.*

2. *Legyen D az a 4×4-es determináns, aminek a mellékátlójában és a főátlójában csupa nulla, a többi helyen csupa 1-es áll. Amikor a determináns definícióját írjuk fel, akkor a 24-ből hány nem nulla tag keletkezik, és ebből hány tartozik páros permutációhoz?*

3. *Legyen*

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix} .$$

Mely $c \in \mathbb{C}$ értékekre létezik olyan (alkalmas méretű, komplex elemű) N mátrix, melyre MN (alkalmas méretű) egységmátrix?

4. *Az $f(x) = 2x^5 - 7x^4 + 8x^3 - 2x^2 - 6x - 1$ polinomot bontsuk $\mathbb{Z}$ fölött irreducibilisek szorzatára.*

5. *Irreducibilis-e $\mathbb{Q}$ fölött a $\Phi_3(x^{111})$ polinom? (Itt Φ_3 a harmadik körosztási polinomot jelöli.)*

6. *Legyen $A = ((a_{i,j}))$ egy $n \times n$-es mátrix ($n \geq 2$), amelynek a determinánsa nem nulla, és jelölje $A_{i,j}$ az $a_{i,j}$ elemhez tartozó előjeles aldeterminánst. Legyen $B = ((b_{ij}))$ az az $(n-1) \times (n-1)$-es mátrix, amelyben $b_{ij} = A_{i+1,j}$ tetszőleges $1 \leq i, j \leq n-1$ esetén. Határozzuk meg B determinánsát.*