Mat-alkmat gyakorlat, első évfolyam első félév

Első zárthelyi (2003. okt. 31)

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szak**, a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. *Tekintsük azokat a z komplex számokat, melyek abszolút értéke* 1. *Ezek közül melyekre lesz $\overline{z}$ és iz távolsága a lehető legnagyobb, és mekkora ez a legnagyobb távolság?*

2. *Adjunk meg egy olyan hatodfokú polinomot, amely minden egész helyen hattal osztható értéket vesz fel, de nem egész együtthatós.*

3. *Hány olyan ε komplex* 120*-adik egységgyök van, amelyre $\overline{\varepsilon}^2$ és ε^3 rendje megegyezik?*

4. *Ha az $x^{200}+x^{80}+x^{10}+1$ polinomot x^2-x+1-gyel osztjuk maradékosan, mi lesz a maradék?*

5. *Az $s_k = x_1^k + \cdots + x_n^k$ hatványösszeget felírtuk az n határozatlanú elemi szimmetrikus polinomok segítségével*

$$\sum c_{k_1,\ldots,k_n} \sigma_1^{k_1} \ldots \sigma_n^{k_n}$$

alakban. Határozzuk meg itt a σ_n együtthatóját (vagyis a $c_{k_1,\ldots,k_n}$ egész számot akkor, amikor $k_1 = \cdots = k_{n-1} = 0$ és $k_n = 1$).

6. *Van-e olyan f valós együtthatós polinom, melynek pontosan* 2003 *darab nem nulla tagja van, és az i szám* 2003*-szoros gyöke?*