Matematikus gyakorlat, második évfolyam első félév

Második zárthelyi (2002. dec. 19)

Minden feladatot **külön lapra** írjunk, és mindegyik lapon legyen rajta a **szak**, a **szerző** és a **gyakorlatvezető** neve. Valamennyi feladatban **indoklás szükséges**, a puszta eredményért nem jár pont, a maximális pontszám minden feladatra 6 pont. Az osztályzat nem kisebb a teljesen megoldott példák számánál.

1. *Számítsuk ki az alábbi M mátrixhoz tartozó karakterisztikus mátrix normálalakját, és adjuk meg M Jordan-alakját.*

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. *Létezik-e olyan A lineáris transzformáció a térben, hogy a hozzá tartozó $\mathbb{R}[x]$-modulusban van x^2+1 rendű és x^2+2 rendű elem is?*

3. *Mely $a, b \in \mathbb{Q}$ számokra lesz $\alpha = a + b\sqrt[3]{2}$ algebrai egész?*

4. *Határozzuk meg i összes négyzetgyökét a kvaterniók között.*

5. *Legyen T test, és tegyük T^n-et egy M modulussá a T fölötti $n \times n$-es felső háromszögmátrixok R gyűrűje fölött a mátrix-vektor szorzásra. Legyen $e_1, \ldots, e_k$ a T^k szokásos bázisa. Izomorf-e $\langle e_1 \rangle$ és $M/\langle e_1, \ldots, e_{n-1} \rangle$? (Itt a szöges zárójel generált részmodulust jelöl.)*

6. *Legyen $I = ((x^2+y^2-1)^2, (x-1)^3)$ a $\mathbb{C}[x,y]$ gyűrű ideálja. Adjuk meg az I radikálját, és bontsuk fel I-t primér ideálok metszetére.*