BSc Matematika Alapszak, 2020.

Matematikai Intézet,
Természettudományi Kar,
Eötvös Loránd Tudományegyetem.

Mértékelmélet

- ***Óraszám (ea+gy):*** 2 + 2

- ***Specializáció:*** alk. mat.
- ***Kredit (ea+gy):*** 3 + 2
- ***Számonkérés:*** kollokvium + gyak. jegy
- ***Tárgykód (ea, gy):*** mertek1v0_m20ex, mertek1v0_m20gx
- ***Ajánlott félév:*** 4
- ***Státusz:*** kötelező

- ***Specializáció:*** elemző
- ***Kredit (ea+gy):*** 3 + 2
- ***Számonkérés:*** kollokvium + gyak. jegy
- ***Tárgykód (ea, gy):*** mertek1v0_m20ex, mertek1v0_m20gx
- ***Ajánlott félév:*** 4
- ***Státusz:*** köt. vál.

Tantárgyfelelős

- Izsák Ferenc, Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék, Matematikai Intézet.

Előfeltételek

A gyakorlat előfeltételei:

- *Erős:* Analízis2E (analiz2x0_m17ea) *vagy*

Az analízis megalapozásaE (megala1x0_m17ea)

Az előadás előfeltételei:

- *Gyenge:* Analízis3E-m (analiz3m0_m17ea) *vagy* Analízis3E-ae (analiz3v0_m20ea)
- *Gyenge:* a gyakorlat

Megjegyzések

- ***Pótlási lehetőség:*** A félév végén, indokolt esetben egy javító zárthelyi dolgozat írására van lehetőség.

A tematikát kidolgozta:

- Izsák Ferenc, Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék, Matematikai Intézet.

A tantárgy célkitűzése

- A hallgatók sajátítsák el az alábbi készségeket:
- ellenőrizni tudja az egyértelmű kiterjeszthetőség feltételeit konkrét példákon;
- tudja alkalmazni a konvergenciatételeket, Fubini tételét;
- érti a nullmértékűség fogalmát, és e fogalom hatását differenciálhatóságra, integrálhatóságra.

Irodalom

- **Petruska György:** *Analízis II.* ELTE Eötvös Kiadó, 1988.
- **Laczkovich Miklós, T. Sós Vera:** *Analízis II.* Typotex, 2013. Online elérhető a Digitális Tankönyvtárban.
- **Komornik Vilmos:** *Valós analízis előadások II.* Typotex, 2003.
- **Halász Gábor:** *Fourier integrál.* ELTE, 2005.
- **E.H. Lieb, M. Loss:** *Analysis, 2nd ed.* AMS, 2001.

Tematika

- Felületek megadása. Felszín, normálvektor. Felszín szerinti és felületi integrálok, fluxus.

- Divergencia és rotáció. Newton–Leibniz-, Gauss–Osztrogradszkij- és Stokes-tétel.
- Halmazrendszerek, szigma-algebrák, Borel-halmazok. Mérhető terek. Mérték, előjeles mérték.
- A mértékkiterjesztési tétel. Egyértelműség.
- Lebesgue- és Lebesgue–Stieltjes-mértékek. Regularitás. Nem mérhető halmazok.
- Mérték szerinti integrál. Mérhető függvények. Nemnegatív, valós, és komplex értékű függvények integrálja. Műveletek.
- Függvénysorozatok integrálja. Konvergenciatételek: Beppo Levi és Lebesgue-tétel, Fatou-lemma. Majdnem mindenütt való konvergencia.
- Riemann- és Lebesgue–Stieltjes-integrálok. Alsó és felső burkoló. Szorzatmértékek. Fubini-tétel (bizonyítás nélkül). Megszámlálható és tetszőleges számosságú mértéktér szorzata.
- Előjeles és komplex mértékek, variációk, norma. Hahn- és Jordan-felbontás. Gyenge*-konvergencia Borel mértékekre.
- Abszolút folytonos és szinguláris mértékek. Lebesgue-felbontás. Radon–Nikodym tétel.
- Helyettesítéses integrálás. Előjeles és komplex mérték szerinti integrál.
- Abszolút folytonos, szinguláris függvények, deriváltjaik. Cantor-függvény. Korlátos változású függvények.
- Valós és komplex $\mathbf{L}_p$-terek. Hölder-, Cauchy–Schwarz és Minkowski-egyenlőtlenség. Riesz–Fischer-tétel.

Opcionális:

- Borel-mértékek differenciálása. Maximális operátor. Lebesgue-pont. Speciális esetek. Mérhető burok. Sűrűségi tétel.
- Legendre- és trigonometrikus polinomok. Schauder-bázis. Az $\mathbf{L}_2([a,b])$ és $\ell_2(N)$ közötti izomorfia.
- Mértékben való konvergencia. Metrizálhatóság, teljesség. Viszonya az

$\mathbf{L}_p$-beli és pontonkénti konvergenciákhoz.

- Konvolúció és Fourier-transzformált $\mathbf{L}_1$-re. Borel-mértékek Fourier-transzformáltja. Fourier–Stieltjes-transzformált.