

# BSc Matematika Alapszak, 2020.

Matematikai Intézet,

Természettudományi Kar,

Eötvös Loránd Tudományegyetem.

## Geometria3

- **Óraszám (ea+gy):** 3 + 2
- **Specializáció:** matematikus
- **Kredit (ea+gy):** 3 + 3
- **Számonkérés:** kollokvium + gyak. jegy
- **Tárgykód (ea, gy):** geomet3m0\_m17ex, geomet3m0\_m17gx
- **Ajánlott félév:** 4
- **Státusz:** kötelező

## Tantárgyfelelős

- Csikós Balázs, Geometriai Tanszék, Matematikai Intézet.

## Előfeltételek

### **A gyakorlat előfeltételei:**

- **Erős:** Geometria2E-m (geomet2m0\_m17ea)
- **Erős:** Algebra2E (algebr2\*0\_m17ea)

### **Az előadás előfeltételei:**

- **Gyenge:** a gyakorlat

## Megjegyzések

- **Pótlási lehetőség:** A félév végén, indokolt esetben, a gyakorlatvezető döntése alapján egy javító zárthelyi dolgozat írására van lehetőség.

## A tematikát kidolgozta:

- Csikós Balázs, Geometriai Tanszék, Matematikai Intézet.
- Kiss György, Geometriai Tanszék, Matematikai Intézet.

## Szükséges előismeretek

A tárgy az elsősorban az euklideszi és affin geometria alapfogalmaira, valamint az absztrakt és lineáris algebra alapfogalmaira épít. Egyes témák megértéséhez hasznos a topológia és analízis bevezető fogalmainak ismerete.

## A tantárgy célkitűzése

A tárgy célja a magasabb dimenziós projektív és hiperbolikus geometria fogalmainak, eszközrendszerének kiépítése, és néhány nevezetes eredményének a tárgyalása.

## Irodalom

- **Hajós György:** *Bevezetés a geometriába.* Nemzeti tankönyvkiadó, 1960-1999.
- **Marcel Berger:** *Geometry I.* Springer, 1987.
- **Moussong Gábor:** *Geometria.* [Internetes jegyzet.](#)

## Tematika

### Projektív geometria

- **Projektív terek.** A perspektív ábrázolás elemei. Az euklideszi tér kibővítése ideális térelemekkel. Egy affin tér kibővítése projektív térré. Projektív alterek, dimenzió-formula. Ferdetest feletti vektortérhez asszociált projektív terek. Reprézantáló vektorok és homogén koordináták. Desargues tétele. Papposz tétele és az alaptest kommutativitása. A valós projektív sík topológiája. Komplex projektív terek és a Hopf-fibrálás.
- **A projektív terek axiomatikus bevezetése.** Az  $n$ -dimenziós projektív tér illeszkedési axiómái. Az alterek örökölt projektív tér struktúrája. Duális

tér, a dualitás elve. Desargues tétele és az illeszkedési axiómák. Kollineációk, izomorf terek. Alterek közti kollineációk kiterjesztése. Centrális axiális kollineációk és a Desargues tétel. Minden  $n \geq 3$ -dimenziós projektív tér és minden desarguesi projektív sík izomorf egy ferdetest feletti projektív térrel, illetve síkkal.

- **$\mathbb{FP}^n$  kollineációi.**  $\text{PGL}(\mathbb{FP}^n)$  és a testautomorfizmusok által indukált csoport. A projektív geometria alaptétele.
- **Kettősvizonyy.** Definíció, tulajdonságok. Egyenesek közti kettősvizonytartó transzformációk. Papposz tétele a perspektív leképezésekről. Steiner-tengely. Harmonikus négyesek, a teljes négyoldal tétele. Fixpontok. Involúciók.
- **Alakzatsorok.** Algebrai hiperfelületek projektív terei. Sorok. Példák sorokra: hipersíksorok; kör- és gömbsorok, ezek osztályozása; 4 általános helyzetű pontra illeszkedő másodrendű görbék sora. Desargues tétele egy másodrendű felületsor és egy egyenes metszetéről.
- **Másodrendű görbék és felületek.** Analitikus megadás, regularitás. Konjugáltság, polaritás másodrendű felületre nézve. Érintő. Poláris geometriai szerkesztései. Egy másodrendű felület pontjainak polárisai, a dualitás elvének kiterjesztése. Másodrendű hiperfelületek projektív osztályozása. Kúpszeleti kettősvizonyy. Pascal és Brianchon tételei. Egy kúpszelet önmagába menő kettősvizonytartó leképezésének Steiner-tengelye. A Steiner-féle fixpont-szerkesztés.

## Hiperbolikus geometria

- **F. Klein erlangeni programja.** A klasszikus geometriák megadása az erlangeni program szellemében. A Minkowski-féle téridő, Lorentz-csoport, Poincaré-csoport. A hiperbolikus geometria hiperboloid modellje.
- **Hiperbolikus trigonometria.** A távolság megadása és szögmérés. Pontból egy altérre állított merőleges. A háromszöggeometria képletei. A Cayley-Klein-modell. Egyenesek merőlegessége. A párhuzamosság Bolyai-féle definíciója, a párhuzamossági szög és párhuzamossági

távolság.

- Szférák. A gömbök, paraszférák és hiperszférák előállítása a hiperboloid-modell síkmetszeteiként, és modelfüggetlen definícióik.
- A Poincaré-féle konform modellek.